

Universidade de Brasília - UnB
Faculdade UnB Gama - FGA
Engenharia de Energia

CÁLCULO NUMÉRICO DO FATOR DE FORMA CONSIDERANDO EFEITOS DE SOMBRA

Autoras: Fernanda Clemente Araújo e Raiane Rocha Fialho
Orientador: Prof. (Dr.): Fábio Alfaia da Cunha, UnB/FGA

Brasília, DF
2015



Fernanda Clemente Araújo e Raiane Rocha Fialho

CÁLCULO NUMÉRICO DO FATOR DE FORMA CONSIDERANDO EFEITOS DE SOMBRA

Monografia submetida ao curso de graduação em Engenharia de Energia da Universidade de Brasília, como requisito parcial para obtenção do Título de Bacharel em Engenharia de Energia.

Universidade de Brasília - UnB

Faculdade UnB Gama - FGA

Orientador: Prof. (Dr.): Fábio Alfaia da Cunha, UnB/FGA

Brasília, DF

2015

Fernanda Clemente Araújo e Raiane Rocha Fialho

CÁLCULO NUMÉRICO DO FATOR DE FORMA CONSIDERANDO EFEITOS DE SOMBRA/ Fernanda Clemente Araújo e Raiane Rocha Fialho. – Brasília, DF, 2015-

102 p. : il. (algumas color.) ; 30 cm.

Orientador: Prof. (Dr.): Fábio Alfaia da Cunha, UnB/FGA

Trabalho de Conclusão de Curso – Universidade de Brasília - UnB
Faculdade UnB Gama - FGA , 2015.

1. Fator de Forma. 2. Radiação Térmica. I. Prof. (Dr.): Fábio Alfaia da Cunha, UnB/FGA. II. Universidade de Brasília. III. Faculdade UnB Gama. IV. CÁLCULO NUMÉRICO DO FATOR DE FORMA CONSIDERANDO EFEITOS DE SOMBRA

CDU 02:141:005.6

Fernanda Clemente Araújo e Raiane Rocha Fialho

CÁLCULO NUMÉRICO DO FATOR DE FORMA CONSIDERANDO EFEITOS DE SOMBRA

Monografia submetida ao curso de graduação em Engenharia de Energia da Universidade de Brasília, como requisito parcial para obtenção do Título de Bacharel em Engenharia de Energia.

Trabalho aprovado. Brasília, DF, 30/11/2015:

Prof. (Dr.): Fábio Alfaia da Cunha,
UnB/FGA
Orientador

Prof. (Dr.): Manuel do Nascimento
Dias Barcelos Júnior, UnB/FGA
Convidado 1

Prof. (Dr.): Augusto César de M.
Brasil, UnB/FGA
Convidado 2

Brasília, DF
2015

Agradecimentos

Agradeço a Deus por estar presente na minha vida, iluminando meu caminho e me ajudando a trilhar um caminho de sucesso. A minha família, em especial a minha mãe, Ana Maria , que sempre me apoiou nas tomadas de decisões, me orientando da melhor forma possível, me acalmando nos momentos de tensão. A minha companheira, Fernanda Clemente Araújo, pela parceria maravilhosa que desenvolvemos durante o curso e no presente trabalho de conclusão de curso, pela amizade, companheirismo, paciência e todo apoio prestado por ela. Agradeço ao professor orientador do presente trabalho, Dr.Fábio Alfaia da Cunha, pela orientação prestada, pela paciência, pelas horas gastas tirando dúvidas, pelo empenho na orientação do trabalho.

Raiane Rocha Fialho.

Agradeço, primeiramente, ao Divino Pai Eterno por iluminar meus passos, minhas escolhas e colocar as pessoas certas no meu caminho. Agradeço também a minha mãe Marcela, minha avó Ana e a minha tia Luisa por me orientarem nas minhas decisões e sempre me apoiarem. Um agradecimento especial para minha parceira Raiane que dividiu comigo a obrigação de realizar este trabalho e que, além disso, esteve comigo durante o curso me incentivando, me apoiando e me aconselhando. Agradeço também ao meu namorado e aos meus amigos por tudo que me ensinaram e por todo apoio a mim prestado. E, por último, e não menos importante, ao meu orientador Fábio Alfaia da Cunha que com sua disposição e eficiência, guiou o nosso trabalho da melhor maneira possível.

Fernanda Clemente Araújo.

Resumo

O fator de forma é uma ferramenta importante para os estudos que envolvem radiação térmica. A obtenção deste parâmetro possibilita quantificar as frações de energia que sai de uma superfície e atinge uma segunda superfície. Os estudos que envolvem o cálculo do fator de forma se tornam complicados quando são envolvidas no problema geometrias complexas, não sendo viável a obtenção deste parâmetro através de soluções analíticas. Para tanto, é possível a otimização dos cálculos através da inserção de ferramentas de cálculo numérico. O presente trabalho propôs uma metodologia numérica implementada na plataforma *Matlab R10* capaz de calcular numericamente o fator de forma para geometrias simples (3D e 2D) sem efeitos de sombra e, geometrias submetidas aos efeitos de sombra (cilindros concêntricos). Os resultados obtidos foram satisfatórios e se aproximaram dos analíticos.

Palavras-chaves: Fator de Forma, Simulação numérica, Transferência de Calor por radiação.

Abstract

The view factor is a very important tool in the thermal radiation studies. Obtaining this parameter allows the quantification of the energy fractions that leave one surface and reach another one. Studies involving the calculation of the form factor become complicated when complex geometries are inserted in the problem, which makes impossible to obtain this parameter through analytics solutions. Therefore, it is possible optimize the calculations by inserting numerical calculation tools. This work offered a numerical methodology implemented in a R10 MATLAB platform able to calculate the form factor in simple geometries (2D and 3D) without shadow effects and, geometries exposed to shadow effects (concentric cylinders). The results were satisfactory and closed to the analytical solution.

Keywords: Heat Transfer, Thermal Radiation, Radiation between surfaces , View Factor.

Lista de ilustrações

Figura 1 – Espectro eletromagnético (MODEST, 2003).	27
Figura 2 – Representação de uma fatia de pizza (ÇENGEL; GHAJAR, 2012).	29
Figura 3 – Representação de uma superfície em um plano tridimensional (ÇENGEL; GHAJAR, 2012).	29
Figura 4 – Absorção, Reflexão e Transmissão da radiação incidente (KREITH; MANGLIK; BOHN, 2010).	31
Figura 5 – Troca radioativa entre superfícies difusas (Elaboração própria)	33
Figura 6 – Superfícies planas, côncavas e convexas (ÇENGEL; GHAJAR, 2012)	35
Figura 7 – Esferas concêntricas (ÇENGEL; GHAJAR, 2012)	35
Figura 8 – Esquema para cálculo do fator de forma entre superfícies infinitamente longas (MARTÍNEZ, 2015).	36
Figura 9 – Exemplos de malhas radioativas triangulares (JUNIOR, 2001)	38
Figura 10 – Geometria base para o cálculo numérico do Fator de Forma (WALTON, 2002)	41
Figura 11 – Representação esquemática do processo de obstrução (WALTON, 2002)	43
Figura 12 – Geometria para superfícies planas no ambiente <i>Gambit 2.4.6</i> .	44
Figura 13 – Espaçamento de 0,1 em (a) 0,04 em (b) e 0,02 em (c).	46
Figura 14 – Módulo do vetor normal.	47
Figura 15 – Resultado geométrico do fator de forma entre superfícies planas paralelas (a) e planas perpendiculares (b).	48
Figura 16 – Geometria para superfícies planas infinitamente longas no ambiente <i>Gambit 2.4.6</i> .	49
Figura 17 – Espaçamento de 0,1 em (a) 0,04 em (b) e 0,02 em (c) entre os elementos de malha.	51
Figura 18 – Representação dos vetores entre placas infinitas paralelas em (a) e representação de vetores entre placas infinitas perpendiculares em (b).	52
Figura 19 – Placas infinitamente longas visão Matlab	53
Figura 20 – Malha para cilindros concêntricos visão <i>Gambit</i>	54
Figura 21 – Sistema de coordenadas locais.	56
Figura 22 – Análise de segmentos obstruídos.	57
Figura 23 – Análise dos efeitos de sombra considerando que o segmento 145 emite para (a) o segmento 126, (b) segmento 115 e (c) segmento 160.	58
Figura 24 – Resultado gráfico final do fator de forma, considerando o segmento 145 como emissor.	59

Figura 25 – Representação gráfica dos vetores envolvidos no cálculo do fator de forma, considerando todos os segmentos do contorno emitindo radiação simultaneamente.	59
Figura 26 – Diagrama esquemático da função contorno_radiação para verificação de obstruções.	60
Figura 27 – Comportamento do fator de forma de acordo com a discretização - caso das placas planas paralelas.	62
Figura 28 – Comportamento do fator de forma de acordo com a discretização - caso das placas planas perpendiculares.	63
Figura 29 – Comportamento do fator de forma de acordo com a discretização - caso das placas infinitamente longas e paralelas.	64
Figura 30 – Comportamento do fator de forma de acordo com a discretização - caso das placas infinitamente longas e perpendiculares.	65
Figura 31 – Representação gráfica da malha de cilindros concêntricos utilizada na rotina computacional.	66
Figura 32 – Fator de forma (F_{21}) do cilindro externo para o interno de raio (a) 0,15 e (b) 0,35.	69
Figura 33 – Fator de forma (F_{22}) do cilindro externo para o interno de raio (a) 0,15 e (b) 0,35.	70
Figura 34 – Esquemas utilizados para organização das aletas de urânio. Em (a) geometria com cilindros de mesmo raio e em (b) geometria com cilindros variáveis (YANG et al., 2014)	72
Figura 35 – Esquema utilizado para calcular numericamente o fator de forma entre as aletas combustíveis (YANG et al., 2014)	74
Figura 36 – Malhas utilizadas na simulação numérica considerando (a) hastes com diâmetro constante e (b) hastes com tamanho variável	76
Figura 37 – Representação gráfica dos vetores envolvidos no cálculo do fator de forma, considerando todos os segmentos do contorno emitindo radiação simultaneamente - cilindros de diâmetro constante.	78
Figura 38 – Representação gráfica dos vetores envolvidos no cálculo do fator de forma, considerando todos os segmentos do contorno emitindo radiação simultaneamente - cilindros de diâmetro variável.	80

Lista de tabelas

Tabela 1 –	Corpos e suas propriedades radioativas	32
Tabela 2 –	Comparação de acurácia entre malhas - fator de forma entre duas placas paralelas	61
Tabela 3 –	Comparação de acurácia entre malhas - fator de forma entre duas placas perpendiculares	62
Tabela 4 –	Comparação de acurácia entre malhas - fator de forma entre duas placas infinitas e paralelas.	63
Tabela 5 –	Comparação de acurácia entre malhas - fator de forma entre duas placas infinitas e perpendiculares	65
Tabela 6 –	Fator de forma analítico para os casos teste, analisando F_{21} e F_{22} . . .	66
Tabela 7 –	Fator de forma numérico para $r = 0.15$, analisando F_{21}	67
Tabela 8 –	Fator de forma numérico para $r = 0.35$, analisando F_{21}	67
Tabela 9 –	Fator de forma numérico para $r = 0.15$, analisando F_{22}	67
Tabela 10 –	Fator de forma numérico para $r = 0.35$, analisando F_{22}	67
Tabela 11 –	Fatores de forma teórico e numérico considerando a situação da Figura 36 (a) (YANG et al., 2014).	75
Tabela 12 –	Fatores de forma considerando a geometria da Figura 36 (b), método de DTRM (YANG et al., 2014).	75
Tabela 13 –	Resultados do método proposto aplicado a geometria da Figura 36 (a) utilizando segmentos médios de tamanho 1.5 mm	77
Tabela 14 –	Resultados do método proposto aplicado a geometria da Figura 36 (a) utilizando segmentos médios de tamanho 1 mm	77
Tabela 15 –	Resultados do método proposto aplicado a geometria da Figura 36 (a) utilizando segmentos médios de tamanho 0.5 mm	77
Tabela 16 –	Resultados do método proposto aplicado a geometria da Figura 36 (b) utilizando segmentos médios de tamanho 1.5 mm.	78
Tabela 17 –	Resultados do método proposto aplicado a geometria da Figura 36 (b) utilizando segmentos médios de tamanho 1 mm	79
Tabela 18 –	Resultados do método proposto aplicado a geometria da Figura 36 (b) utilizando segmentos médios de tamanho 0.5 mm	79

Lista de abreviaturas e siglas

CATIA V5R19 *Computer Aided Three-dimensional Interactive Application Ver-
sion 5 Release 19*

Lista de símbolos

A	Área [m^2]
A_s	Área de superfície [m^2]
c	Velocidade da Luz [m/s]
e	Energia do fóton [J]
E	Potência emissiva [W/m^2]
F	Fator de Forma
h	Coefficiente de transferência de calor por convecção [$W/m^2.K$]
h	Constante de Planck [$J.s$]
I	Intensidade de radiação [$W/m^2.sr$]
J	Radiosidade [W/m^2]
K	Condutividade térmica [$W/m.K$]
r	Raio [m]
S	Distância entre superfícies [m]
T	Temperatura [<i>Celsius</i>]
ϵ	Emissividade
σ	Constante de Stefan- Boltzmann [$W/m^2.K^4$]
γ	Comprimento de onda [m]
ω	Ângulo Sólido [st]
θ	Ângulo plano
\varnothing	Ângulo de Azimute
Δ	Elemento Diferencial

Sumário

1	INTRODUÇÃO	21
1.1	Objetivos	22
1.1.1	Objetivo Geral	22
1.1.2	Objetivos Específicos	22
1.2	Metodologia de Pesquisa	22
1.3	Organização da Pesquisa	23
2	TRANSFERÊNCIA DE CALOR	24
2.1	Transferência de Calor por radiação	25
2.1.1	Fundamentação Teórica da Radiação	25
2.1.2	Tipos de superfície para o estudo de radiação	27
2.1.3	Intensidade de radiação	28
2.1.3.1	Ângulo sólido	28
2.1.4	Intensidade de radiação e fluxos radiantes	30
2.1.5	Propriedades Radioativas	30
3	FATOR DE FORMA	33
3.1	Casos especiais - Geometria 2D	36
3.2	Propriedades do fator de forma entre superfícies difusas	37
3.3	Métodos Analíticos	37
3.4	Ferramentas para o cálculo numérico do fator de forma	38
3.4.1	Malha radioativa	38
3.4.2	Quadratura de Gauss	39
3.5	Cálculo numérico do Fator de Forma	41
3.5.1	Obstrução	42
4	METODOLOGIA	44
4.1	Cálculo do Fator de Forma para geometrias finitas	44
4.1.1	Construção da geometria	44
4.1.2	Rotina Computacional	45
4.2	Cálculo do Fator de Forma para superfícies 2D	48
4.2.1	Construção da geometria	48
4.2.2	Rotina Computacional	49
4.3	Obstrução	53
4.3.1	Geometria para obstrução	54
4.3.2	Rotina computacional para obstrução	55

5	RESULTADOS E DISCUSSÕES	61
5.1	Placas planas e paralelas	61
5.2	Placas planas e perpendiculares	62
5.3	Placas infinitas paralelas	63
5.4	Placas infinitas perpendiculares	64
5.5	Cilindros Concêntricos infinitamente longos - fator de forma consi- derando efeitos de sombra	65
6	APLICAÇÃO DA METODOLOGIA PROPOSTA	71
7	CONCLUSÕES	81
	Referências	83
	 APÊNDICES	 85
	APÊNDICE A – CÁLCULO NUMÉRICO DO FATOR DE FORMA EM AMBIENTE TRIDIMENSIONAL	86
A.1	Função calculo_normal	86
A.2	Função fator_forma_3D	87
A.3	Algoritmo que mostra os resultados para o fator de forma entre geometrias 3D	88
	APÊNDICE B – CÁLCULO NUMÉRICO DO FATOR DE FORMA ENTRE GEOMETRIAS BIDIMENSIONAIS	90
B.1	Função calculo_normal2D	90
B.2	Função fator_forma_2D	90
B.3	Algoritmo que mostra os resultados para o fator de forma entre geometrias bidimensionais sem considerar efeitos de sombra	91
	APÊNDICE C – CÁLCULO NUMÉRICO DO FATOR DE FORMA CONSIDERANDO EFEITOS DE SOMBRA - GE- OMETRIA 2D	94
C.1	Função contorno_radiação	94
C.2	Função fator_forma_2D_obs	97
C.3	Algoritmo que mostra os resultados para o fator de forma quando existem obstruções	98
C.4	Caso teste final	99

1 Introdução

Situações envolvendo trocas de calor são encontradas com frequência nos estudos de engenharia. A troca de calor pode ser definida como a energia em trânsito entre duas ou mais superfícies devido a diferença de temperatura (QUITES; LIA, 2005). A troca de energia resultante do gradiente de temperatura é o objeto de estudo da Transferência de Calor (KREITH; MANGLIK; BOHN, 2010). Os estudos sobre os processos de transferência de calor e a necessidade de analisá-los cresceram consideravelmente com o avanço tecnológico.

A Transferência de calor pode ocorrer a partir de três modos: condução, convecção e radiação. A radiação térmica (apenas radiação para a Transferência de calor), por sua essência, é emitida por todo corpo que está acima de zero absoluto e, por isso, é um mecanismo importante para se resolver diversos problemas na engenharia. A radiação, entre dois corpos, depende da orientação dos corpos e das suas propriedades radioativas bem como da temperatura na qual ocorrem as trocas de calor (ÇENGEL; GHAJAR, 2012). O parâmetro referente a orientação dos corpos é conhecido como fator de forma. Segundo Incropera (2011), fator de forma nada mais é que, uma quantidade geométrica que representa a fração de radiação que deixa uma superfície e atinge outra superfície diretamente. A ausência do fator de forma ocasiona prejuízos nos cálculos que envolvem projetos com análise de transferência de calor.

Vários trabalhos já foram realizados de forma a otimizar e quantificar as trocas de calor por radiação e os autores focaram no cálculo do fator de forma. Bao, Cai e Croiset (2011), realizaram uma modelagem matemática para calcular o fator de forma de uma célula a combustível de óxido sólido. Eles consideraram, como geometria para estrutura da célula, um paralelepípedo e depois uma configuração cilíndrica tubular. No trabalho de Upadhy et al. (1995) é utilizado o cálculo do fator de forma para otimização dos processos de fundição de peças metálicas. O modelo se baseia em uma abordagem da geometria das peças metálicas e os parâmetros que dominam a transferência de calor. Tem-se ainda aplicações para o fator de forma na área de bioenergia. Os processos de gaseificação e pirólise de biomassa podem ser aperfeiçoados se conhecido o fator de forma. Ele pode indicar a fração de radiação que deixa as paredes do recipiente onde ocorre o aumento da temperatura e chega até a biomassa, propiciando sua queima (GOLDEMBERG, 2009). Apesar desses trabalhos calcularem aproximadamente o fator de forma, eles o fazem para geometrias bem definidas e conhecidas. O que, em situações reais não ocorre. Tal fato limita a aplicação das pesquisas dos autores.

Nesse contexto, se faz interessante responder a seguinte questão de pesquisa: como

obter numericamente o fator de forma entre superfícies genéricas expostas em situações que envolvam a transferência de calor por radiação?

O presente trabalho tem a proposta de apresentar uma metodologia capaz de calcular numericamente o fator de forma entre duas superfícies genéricas expostas à situações que envolvam diferença de temperatura entre corpos acima de zero absoluto.

1.1 Objetivos

Esta seção expõe os objetivos gerais e específicos do Trabalho de Conclusão de Curso 2.

1.1.1 Objetivo Geral

O objetivo geral deste trabalho é obter uma metodologia para o cálculo numérico do fator de forma de radiação entre superfícies genéricas, considerando efeitos de sombra.

1.1.2 Objetivos Específicos

1. Estudar as ferramentas numéricas para resolução do problema da integral do fator de forma.
2. Implementar uma rotina computacional para obter numericamente o fator de forma.
3. Realizar estudos de caso para teste e validação do código.
4. Estabelecer conclusões e propor melhorias para trabalhos futuros a respeito do tema.

1.2 Metodologia de Pesquisa

A obtenção numérica do fator de forma entre duas superfícies genéricas, exige a realização de atividades teóricas e práticas. Para tanto, seguiu-se um roteiro de ações que são descritas a seguir. Primeiramente foi necessário realizar uma abordagem teórica sobre o fator de forma como parâmetro da transferência de calor por radiação; o que tornou possível compreender as propriedades do fator de forma e suas características. Em seguida, outro estudo teórico foi realizado para conhecer as ferramentas de cálculo numérico capazes de resolver a integral dupla do fator de forma e eventuais problemas causados por discretização de superfícies. Feito isso, tais ferramentas foram modeladas para o software Matlab e alguns estudos de caso foram aplicados a rotina computacional. A análise dos estudos de caso permitiu verificar a eficácia do método de cálculo numérico da integral e trouxe resultados interessantes que, posteriormente, serão discutidos.

1.3 Organização da Pesquisa

O desenvolvimento da pesquisa será organizado em capítulos que se seguem da seguinte forma.

- Capítulo 1: contém a introdução e os objetivos que guiam o trabalho.
- Capítulo 2: representa o marco teórico da transferência de calor por radiação.
- Capítulo 3: aborda a teoria sobre fator de forma de radiação, bem como as equações e métodos existentes para o cálculo numérico do fator de forma.
- Capítulo 4: expõe a metodologia utilizada pelas autoras para a obtenção numérica do fator de forma.
- Capítulo 5: apresenta os resultados obtidos após a aplicação da metodologia proposta no capítulo anterior e faz uma análise desses resultados comparando com a teoria.
- Capítulo 6: aplicação prática do modelo proposto.
- Capítulo 7: estabelecimento de conclusões a respeito dos resultados obtidos e da análise realizada.
- Capítulo 8: apresenta as referências bibliográficas que possibilitaram a realização desse trabalho de conclusão de curso.

2 Transferência de Calor

A Transferência de Calor é a energia em trânsito entre duas ou mais superfícies devido a diferença de temperatura (QUITES; LIA, 2005). Para Çengel e Ghajar (2012), a força motriz da transferência de calor é a diferença de temperatura. Portanto, só pode ocorrer troca líquida de calor entre dois corpos que não estão na mesma temperatura.

Para exemplificar o problema de transferência de calor, podemos observar o caso de dois corpos que são colocados em contato direto (QUITES; LIA, 2005):

1. Inicialmente esses corpos estão em temperaturas diferentes;
2. Posteriormente ao serem colocados em contato direto, o corpo com maior temperatura tende a transferir calor para o corpo com menor temperatura;
3. Por fim, os corpos tendem a ficar em uma temperatura de equilíbrio, atingindo portanto o equilíbrio térmico.

As trocas de calor podem ocorrer de três diferentes modos: condução, convecção e radiação (ÇENGEL; GHAJAR, 2012).

O mecanismo da condução ocorre devido ao processo de difusão, que são as interações aleatórias entre partículas. Neste caso, há transferência de calor das partículas mais energéticas para as menos energéticas (INCROPERA, 2011). Moreira (2014) também explica que a transferência de calor nas partículas sólidas ocorre por vibração da rede e por elétrons livres. A equação que trata os problemas de condução térmica é conhecida como Lei de Fourier da condução térmica:

$$\frac{dQ}{dt} = -KA \frac{dT}{dx} (W) \quad (2.1)$$

Da Lei de Fourier da condução térmica, podemos concluir que a taxa de condução de calor é proporcional a variação de temperatura e a área de transferência de calor (ÇENGEL; GHAJAR, 2012).

O mecanismo da convecção também ocorre pelo fenômeno da difusão, porém em nível macroscópico tem-se a movimentação do fluido. Incropera (2011) explica que esse movimento dos fluidos, na presença de um gradiente de temperatura, é o fator que contribui para a transferência de calor entre líquidos e gases. Ela pode ser classificada em forçada ou natural. No caso da convecção forçada, o fluido escoia sobre a superfície devido a ação de forças externas, já quando o movimento é causado devido a forças de flutuação

induzidas por diferenças de densidades, temos a convecção natural (ÇENGEL; GHAJAR, 2012).

A lei que expressa a transferência de calor por convecção é conhecida como Lei de Newton do Resfriamento :

$$\frac{dQ}{dt} = h A_s (T_s - T_\infty) \text{ (W)} \quad (2.2)$$

O terceiro e último mecanismo é o da radiação. A radiação é a energia emitida pela matéria sob a forma de ondas eletromagnéticas (fótons) como resultado das mudanças nas condições eletrônicas dos átomos ou moléculas (MODEST, 2003). Em termos de transferência de calor, a radiação se difere muito dos outros mecanismos já citados (condução e convecção), por isso ela ganhará uma atenção especial e será melhor explicada ao longo do trabalho.

A priori, é interessante mostrar a relação que resulta na taxa de transferência de calor por radiação entre dois corpos. A equação está presente em (ÇENGEL; GHAJAR, 2012).

$$\frac{dQ_{1 \rightarrow 2}}{dt} = A_1 F_{1 \rightarrow 2} \sigma (T_1^4 - T_2^4) \text{ (W)} \quad (2.3)$$

2.1 Transferência de Calor por radiação

Para entender a radiação como um mecanismo de transporte de calor é necessário, primeiramente, compreender o conceito do fenômeno de radiação. Dessa forma, esse tópico se destina a apresentar a fundamentação teórica desse fenômeno e ainda a sua aplicabilidade na transferência de calor.

2.1.1 Fundamentação Teórica da Radiação

A radiação foi fundamentada teoricamente em 1864 pelo físico James Clerk Maxwell, que presumiu que cargas aceleradas ou variações de correntes elétricas criam campos elétricos e campos magnéticos. Pela interpretação de Çengel e Ghajar (2012), esses campos em movimento rápido representam a energia emitida pela matéria, como resultado de mudanças nas configurações eletrônicas dos átomos ou moléculas. Eles são chamados de ondas eletromagnéticas ou radiação eletromagnética. Essas ondas transportam energia como todas as outras, porém no vácuo, atingem a velocidade da luz c_0 . Çengel e Ghajar (2012) ainda citam a experiência de Heinrich Hertz (1887) que demonstrou a existência das ondas, estas, por sua vez, são caracterizadas por sua frequência ν ou comprimento de onda λ .

A radiação eletromagnética, a partir de então, foi chamando atenção de vários pesquisadores. Nesse contexto, Max Planck, em 1900, propôs uma nova forma de visualização desse fenômeno: ondas eletromagnéticas são como propagação da coleção de pacotes discretos de energia. Elas foram chamadas, então, fótons ou quanta. Essa proposta ocorreu em conjugação a Teoria Quântica do mesmo autor (ÇENGEL; GHAJAR, 2012). A partir disso, a energia do fóton é descrita por uma nova equação:

$$e = h\nu = \frac{hc}{\lambda} \quad (2.4)$$

Analisando a equação que descreve a energia do fóton, percebe-se que a variável determinante é o comprimento de onda da radiação. É interessante notar que, ondas curtas são as que possuem maior energia e ondas maiores possuem menor energia, tendo em vista que o comprimento de onda é inversamente proporcional a energia. Interpretando a equação 2.4 percebe-se, ainda, que podem existir vários comprimentos de onda, obtendo radiações com mais ou menos energia. À essa gama de comprimentos de onda dá-se o nome de espectro eletromagnético (ÇENGEL; GHAJAR, 2012).

O espectro eletromagnético abrange valores de λ que variam de 10^{-10} micrometros (raios cósmicos) até 10^{10} micrometros (ondas de energia elétrica). Além disso, inclui também raios gama, raios X, radiação ultravioleta, luz visível, radiação infravermelha, radiação térmica, micro-ondas e ondas de rádio (MODEST, 2003). Pode-se observar o espectro na figura 1, abaixo.

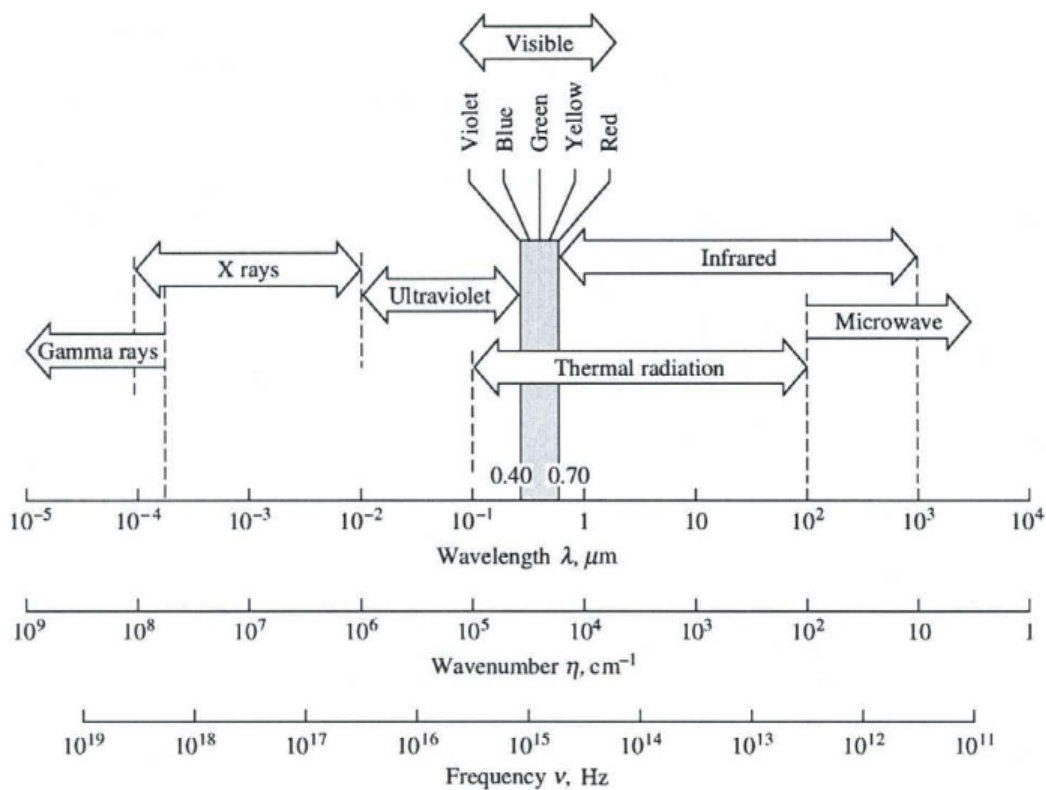


Figura 1 – Espectro eletromagnético (MODEST, 2003).

De todos esses tipos de radiação eletromagnética, a radiação térmica é a pertinente no âmbito da transferência de calor. Esse tipo de radiação é emitida como resultado das transições de energia das moléculas, átomos e elétrons da substância. Essas transições que ocorrem em um nível microscópico tem a temperatura como medida de importância (INCROPERA, 2011). A radiação térmica se estende por cerca de 0,1 a 100 micrômetros. Isso quer dizer que essa radiação inclui a totalidade das radiações visíveis e ainda parte da região do infravermelho e do ultravioleta (MODEST, 2003).

2.1.2 Tipos de superfície para o estudo de radiação

Segundo Modest (2003), se a onda eletromagnética (radiação térmica) atravessa um corpo e sofre forte atenuação (desvio) esse corpo é opaco. Nesse caso, o fenômeno da radiação térmica é considerado de superfície, pois a radiação emitida do interior do corpo pode não conseguir chegar a superfície e a radiação incidente é rapidamente absorvida. Assim, a radiação considerável é emitida apenas pela superfície do corpo e não pelo volume total. Existem ainda os corpos transparentes, nos quais a onda não sofre nenhuma atenuação (o fenômeno é volumétrico); e os corpos semitransparentes, nestes a onda é parcialmente atenuada. A partir disso, se conclui que diferentes corpos emitem quantidades diferentes de radiação por unidade de área e o estudo das propriedades radioativas se torna complicado.

Nesse contexto, para analisar as quantidades de radiação e propriedades radioativas, se faz necessário idealizar um corpo que possa servir de parâmetro em comparações e estudos de corpos reais. O corpo idealizado é chamado de corpo negro (INCROPERA, 2011). Incropera (2011) explica as principais características desse corpo:

- um corpo negro é capaz de absorver toda a radiação incidente, independente do comprimento de onda e da direção da onda, ou seja, não há reflexão;
- nenhum outro corpo é capaz de emitir maior energia, por sua superfície, do que ele;
- o corpo negro é um emissor difuso, ou seja, a radiação emitida por ele é independente da direção. Mas ainda é função do comprimento de onda e da temperatura.

A energia emitida por esse corpo por unidade de tempo e de área é dada pela lei de Stefan-Boltzman. Essa energia emitida determina a potência emissiva do corpo negro.

$$E(T) = \sigma T^4 (W/m^2) \quad (2.5)$$

A letra grega σ representa a constante de Boltzman e vale $5,670 \cdot 10^{-8} (W/m^2.K^4)$

Fora do contexto idealizado das superfícies negras, existem as superfícies reais. Essas são consideradas não transparentes e têm propriedades de radiação independentes do comprimento de onda. Para efeitos de análise, Çengel e Ghajar (2012) consideram ainda que cada superfície do corpo é isotérmica e que as radiações que entram e saem são uniformes em cada superfície.

O conceito de superfície e corpo negro é melhor entendido quando se analisam as propriedades radioativas. Além disso, o estudo dessas propriedades é inerente ao estudo das aplicações na transferência de calor por radiação.

2.1.3 Intensidade de radiação

Intensidade de radiação é a quantidade que descreve a amplitude de radiação transportada em determinada direção e é necessário determiná-la para quantificar a radiação em superfícies reais (ÇENGEL; GHAJAR, 2012).

2.1.3.1 Ângulo sólido

A radiação emitida por corpos reais, ocorre em todas as direções. Por tanto, é importante quantificar o tamanho da abertura gerada no espaço pela radiação emitida. Para tal quantificação, é utilizado a definição de ângulo sólido (ÇENGEL; GHAJAR, 2012). Para entender o que seria o ângulo sólido, vamos partir do exemplo de Çengel e Ghajar (2012) no qual eles comparam uma fatia de pizza com uma melancia.

A fatia de pizza na Figura 2 representa uma circunferência.

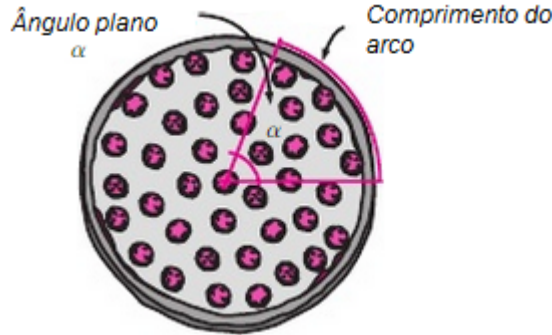


Figura 2 – Representação de uma fatia de pizza (ÇENGEL; GHAJAR, 2012).

Dela podemos observar algumas características como, por exemplo, que o comprimento do arco é dado pela fórmula 2.6.

$$C = r\alpha \quad (2.6)$$

No caso de uma circunferência de raio unitário, temos que o ângulo plano α é equivalente em magnitude ao comprimento do arco.

Considerando agora, um corpo no espaço tridimensional, no caso a melancia, podemos quantificar o tamanho da fatia de melancia, conforme mostra a figura 3.

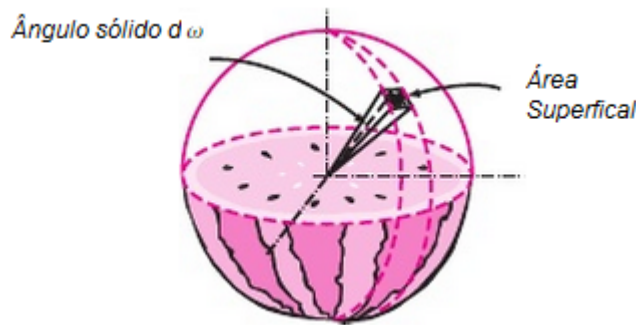


Figura 3 – Representação de uma superfície em um plano tridimensional (ÇENGEL; GHAJAR, 2012).

Observamos que ao conectarmos todos os pontos das bordas da melancia para o centro, conseguimos obter um corpo tridimensional, na forma de um cone, como se observa na Figura 3. O ângulo no centro, é conhecido como ângulo sólido.

O ângulo sólido diferencial $d\omega$ subtendido por uma área diferencial dA em uma esfera de raio r pode ser expresso por:

$$d\omega = \frac{dA_n}{r^2} \quad (2.7)$$

A equação 2.7 explica que o ângulo sólido diferencial nada mais é do que a área retangular diferencial.

Çengel e Ghajar (2012) consideram também o caso de superfícies inclinadas, onde o ângulo sólido pode ser expresso como:

$$d\omega = dA \frac{\cos \alpha}{r^2} \quad (2.8)$$

Concluimos assim que o ângulo plano se refere a um espaço bidimensional enquanto o ângulo sólido se refere a um espaço tridimensional. Pela Figura 3 e pelas equações 2.7 e 2.8, percebemos que o ângulo sólido equivale a área da casca esférica que envolve o corpo, quando se considera o raio unitário.

2.1.4 Intensidade de radiação e fluxos radiantes

Para explanar melhor o conceito de intensidade de radiação, Incropera (2011), resolveu analisar a relação da intensidade de radiação com os fluxos radiantes que uma superfície possui. São eles: Emissão, Irradiação e Radiosidade.

A relação da intensidade de radiação com a emissão equivale à taxa na qual a energia de radiação é emitida na direção (θ, ω) por unidade de área normal para essa direção e por unidade de ângulo sólido nessa direção.

A relação da intensidade de radiação com a energia incidente (irradiação) equivale à taxa na qual a energia de radiação incide na direção (θ, ϕ) por unidade de área da superfície receptora normal para esta direção e por unidade de ângulo sólido sobre esta direção.

E por fim, temos a relação da intensidade de radiação com a radiosidade. Radiosidade consiste na radiação total, ou seja, nas frações de energia emitida e refletida. Sendo assim, ela é definida como a taxa na qual a energia de radiação deixa a unidade de área da superfície em todas as direções.

2.1.5 Propriedades Radioativas

As propriedades radioativas definem as características de emissão e de absorção de superfícies reais e são conhecidas por emissividade, absortividade, refletividade e transmissividade. Em superfícies reais elas são dependentes da temperatura, do comprimento de onda e da direção da radiação. As propriedades que descrevem o comportamento de uma superfície como uma função do comprimento de onda são chamadas propriedades espectrais, e as propriedades que relacionam a distribuição da radiação com a direção angular são conhecidas como propriedades direcionais. Quando são relacionadas tanto pro-

priedades direcionais quanto espectrais, dá-se o nome de propriedades totais (KREITH; MANGLIK; BOHN, 2010).

Segundo Çengel e Ghajar (2012), quando ocorre a transferência de calor por radiação entre duas superfícies, uma parte da radiação incidente (irradiação) é absorvida pelo material, uma parte é refletida da superfície e o restante, se houver, é transmitida pelo corpo, conforme ilustrado na Figura 4:

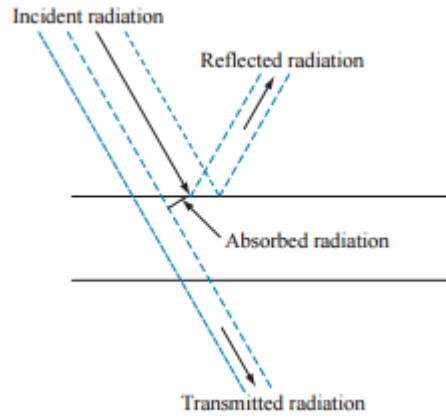


Figura 4 – Absorção, Reflexão e Transmissão da radiação incidente (KREITH; MANGLIK; BOHN, 2010).

A partir da Figura 4, pode-se introduzir os conceitos de absortividade, refletividade e transmissividade. A absortividade pode ser definida como uma fração da irradiação total absorvida pelo corpo. A refletividade é uma propriedade radioativa que relaciona a fração da irradiação que é refletida a partir da superfície. E por fim, a transmissividade é a propriedade que indica a fração de radiação incidente que é transmitida a partir do corpo (KREITH; MANGLIK; BOHN, 2010).

A partir da Primeira Lei da Termodinâmica podemos concluir que a radiação incidente é igual a soma das radiações absorvida, refletida e transmitida (ÇENGEL; GHAJAR, 2012) :

$$G_{abs} + G_{ref} + G_{tr} = G_{in} \quad (2.9)$$

Dividindo cada termo por G_{in} , chegamos a seguinte relação:

$$\alpha + \rho + \tau = 1 \quad (2.10)$$

A tabela 1 mostra a relação descrita acima, para diferentes corpos:

Tabela 1 – Corpos e suas propriedades radioativas

Tipos de corpos	Relação oriunda da 1ª Lei da Termodinâmica
Corpo Negro	$\alpha = 1$
Corpo Opaco (sólidos e líquidos)	$\alpha + \rho = 1$
Refletor perfeito	$\rho = 1$
Gases	$\alpha + \tau = 1$

E por fim, outra propriedade que merece estudo em radiação térmica é a emissividade.” A emissividade de uma superfície representa a razão entre a radiação emitida pela superfície em uma determinada temperatura e a radiação emitida por um corpo negro na mesma temperatura”(ÇENGEL; GHAJAR, 2012). Podemos expressar essa definição a partir da equação 2.11:

$$\epsilon = \frac{E(T)}{E_b(T)} = \frac{E(T)}{\sigma T^4} \quad (2.11)$$

A emissividade de um corpo negro é igual a 1, pois este emite radiação máxima a uma dada temperatura. A emissividade de uma superfície varia de 0 a 1 , $0 \leq \epsilon \leq 1$ (KREITH; MANGLIK; BOHN, 2010).

3 Fator de Forma

Em aplicações de engenharia, onde a transferência de calor por radiação é um dos mecanismos mais importantes, se faz necessário calcular com exatidão a transferência de radiação entre as superfícies (JOY, 2014). Sabe-se que a troca de calor por radiação entre corpos depende da orientação entre eles e ainda das suas propriedades de radiação e temperatura (ÇENGEL; GHAJAR, 2012). Como já foram exploradas as propriedades radioativas das superfícies se faz necessário entender, agora, o parâmetro que leva em conta a orientação dos corpos, este é o fator de forma.

O Fator de forma F_{12} é definido como a fração de radiação que sai da superfície isotérmica, opaca, e difusa 1 (por emissão ou reflexão) e incide diretamente sobre a superfície 2 (sendo absorvida ou refletida). Ele depende apenas da geometria, sendo desconsideradas a temperatura e as propriedades das superfícies em questão (HOWELL; MENGÜÇ, 2011).

Este capítulo trata das principais definições para o cálculo e aplicação do fator de forma. É importante ressaltar que todas as definições são elaboradas considerando superfícies emissoras e refletoras difusas (INCROPERA, 2011).

A expressão geral do fator de forma entre duas superfícies difusas de área infinitesimal pode ser obtida a partir da análise da Figura 5.

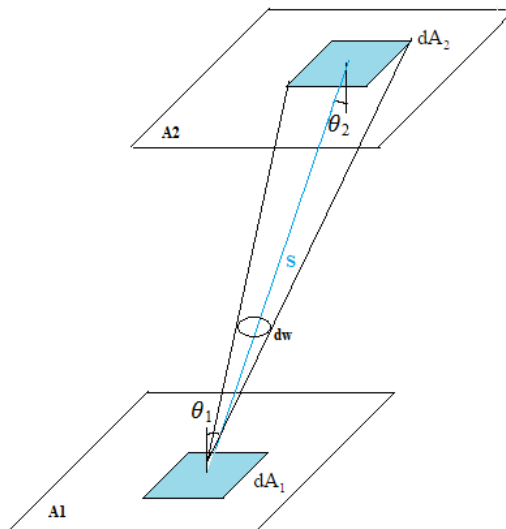


Figura 5 – Troca radioativa entre superfícies difusas (Elaboração própria)

A figura 5 representa a troca radioativa entre duas superfícies difusas, de área infinitesimal. A partir dela, Reis (2001) fez algumas observações:

- S = Distância entre dA_1 e dA_2
- θ_1 e θ_2 = ângulos entre a normal da superfície e a “linha” de radiação
- $d\omega_1$ = ângulo sólido
- I_1 = intensidade da radiação que deixa dA_1 e atinge dA_2

Com essas análises, a taxa de energia que deixa dA_1 e atinge dA_2 é:

$$\frac{dQ}{dt} = I_1 \cos \theta_1 dA_1 d\omega_1 \quad (3.1)$$

O ângulo sólido tem a seguinte relação:

$$d\omega_1 = \frac{dA_2 \cos \theta_2}{S^2} \quad (3.2)$$

Substituindo a equação 3.2 em 3.1, tem-se:

$$\frac{dQ}{dt} = I_1 \cos \theta_1 dA_1 \frac{dA_2 \cos \theta_2}{S^2} \quad (3.3)$$

Para obter a taxa total de energia que deixa dA_1 , multiplicamos a radiosidade pela área emissora, equação 3.4.

$$\frac{dQ_{dA_1}}{dt} = \pi I_1 dA_1 \quad (3.4)$$

A taxa de radiação total que deixa A_1 é:

$$\frac{dQ_{A_1}}{dt} = \pi I_1 A_1 \quad (3.5)$$

Integrando a equação 3.3 obtemos a taxa de radiação que atinge toda a área A_2 .

$$\frac{dQ_{A_1 \rightarrow A_2}}{dt} = \int_{A_2} \frac{dQ_{A_1 \rightarrow dA_2}}{dt} = \int_{A_2} \int_{A_1} \frac{I_1 \cos \theta_1 \cos \theta_2}{S^2} dA_1 dA_2 \quad (3.6)$$

Por fim, dividindo a equação 3.6 pela equação 3.5, obtemos a fração de energia que sai de A_1 e atinge A_2 :

$$F_{ij} = F_{A_i \rightarrow A_j} = \frac{1}{A_i} \int_{A_j} \int_{A_i} \frac{\cos \theta_i \cos \theta_j}{\pi S^2} dA_i dA_j \quad (3.7)$$

Para o cálculo do fator de forma da superfície 2 para a 1, basta inverter os índices 2 para 1 na equação 3.7. Há ainda casos em que se quer analisar uma superfície como emissora e receptora ao mesmo tempo, ou seja, $i = j$. Para essa situação especial, Çengel e Ghajar (2012) fazem a análise de superfícies planas, côncavas e convexas. Resumidamente, essa análise é desenhada na Figura 6.

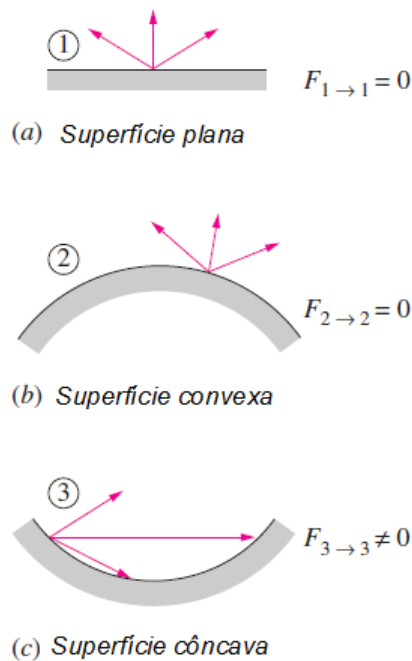


Figura 6 – Superfícies planas, côncavas e convexas (ÇENGEL; GHAJAR, 2012)

Para superfícies planas e convexas o fator de forma F_{ii} é igual a zero. Isso ocorre pois, ao considerarmos o meio não participante, os feixes de radiação viajam em caminhos retos e a superfície i não é capaz de se interceptar. No caso a superfície i é apenas emissora. Para o caso de superfícies côncavas o fator F_{ii} é diferente de zero, ou seja, a própria superfície se intercepta e agora existe uma diferença líquida de radiação.

O Fator de Forma (F_{ij}) assume valores entre 0 e 1. Ele assume o valor 0 quando a superfície i não possui a visão da superfície j e, por isso, a radiação que deixa i não intercepta j diretamente. F_{ij} assume o valor de 1 quando a superfície i é totalmente envolvida pela superfície j e toda a radiação que sai de i é interceptada por j . O caso limite $F_{ij} = 1$ é representado, de maneira didática, pela geometria de duas esferas concêntricas, conforme ilustra Çengel e Ghajar (2012) na Figura 7.

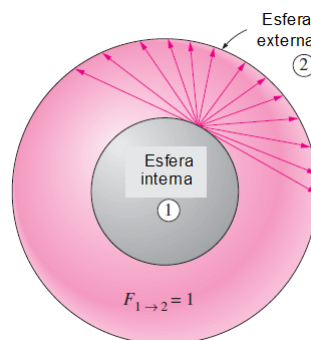


Figura 7 – Esferas concêntricas (ÇENGEL; GHAJAR, 2012)

3.1 Casos especiais - Geometria 2D

A integral do fator de forma também pode ser usada para calcular a diferença líquida de radiação entre seções transversais de sólidos. Ou seja, a equação 3.7 pode ser adaptada para se encontrar o fator de forma entre geometrias tridimensionais que podem ser formadas a partir da extrusão de uma seção bidimensional. Em termos de radiação térmica e fator de forma, as geometrias no espaço 2D representam superfícies que possuem a terceira dimensão (Z) muito maior que as outras duas (X e Y). A dimensão Z varia de $-\infty$ a $+\infty$, o que torna mais prático tratar geometrias infinitamente longas como se possuísem apenas duas dimensões (MARTÍNEZ, 2015).

A adaptação da equação 3.7 para casos de geometrias em duas dimensões foi exposta no trabalho de Martínez (2015), e as manipulações matemáticas podem ser bem entendidas a partir da análise da Figura 8.

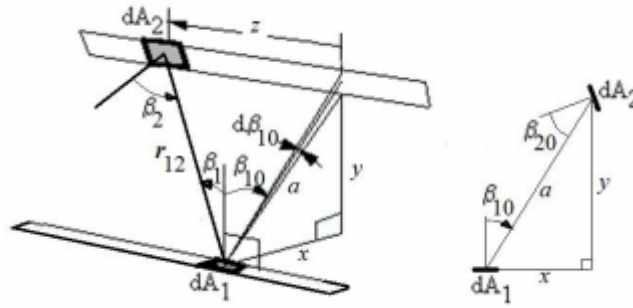


Figura 8 – Esquema para cálculo do fator de forma entre superfícies infinitamente longas (MARTÍNEZ, 2015).

Partindo da Figura 8, considera-se a como sendo a menor distância entre as superfícies dA_1 e dA_2 . Ou seja, a existe quando $z = 0$, sendo definido como:

$$a = \sqrt{x^2 + y^2} \quad (3.8)$$

Nesse ponto em que $z = 0$ tem-se também que $\beta_1 = \beta_{10}$ e $\beta_2 = \beta_{20}$.

Analisando as outras variáveis da Figura 8, conclui-se que:

$$r_{12} = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} = \sqrt{a^2 + z^2} \quad (3.9)$$

$$\cos \beta_1 = \cos \beta_{10} \cos y = \frac{y}{r_{12}} = \frac{y}{a} \cdot \frac{a}{r_{12}} \quad (3.10)$$

Sendo assim $\cos \beta_{10} = \frac{y}{a}$ e $\cos y = \frac{a}{r_{12}}$ e tem-se ainda que

$$\cos \beta_2 = \cos \beta_{20} \cos y \quad (3.11)$$

E finalmente, substituindo as relações 3.8, 3.9, 3.10 e 3.11 em 3.7 obtemos a troca líquida de radiação entre superfícies no espaço bidimensional. O resultado final para o cálculo do fator de forma entre superfícies bidimensionais é mostrado em 3.12.

$$F_{12} = F_{A_1 \rightarrow A_2} = \frac{1}{A_1} \int_{A_2} \int_{A_1} \frac{a^2 \cos \beta_{10} \cos \beta_{20}}{\pi(a^2 + z^2)^2} dA_1 dA_2 \quad (3.12)$$

3.2 Propriedades do fator de forma entre superfícies difusas

Segundo Incropera (2011) existem propriedades ou relações que envolvem o fator de forma e auxiliam na determinação desse parâmetro em uma situação que envolvem várias superfícies diferenciais em uma única geometria. São elas: relação de reciprocidade e a regra da soma. Os autores Çengel e Ghajar (2012) fazem ainda outras observações e constataam mais duas regras, capazes de minimizar ainda mais os cálculos: regra da superposição e regra da simetria.

Relação de reciprocidade - Relação utilizada para determinar um fator de forma em função do outro, a regra é:

$$A_i F_{ij} = A_j F_{ji} \quad (3.13)$$

Regra da Soma - Esta relação diz respeito as superfícies de uma cavidade fechada. Ela é consequência da regra de conservação da radiação que implica no fato de que toda a radiação emitida de uma superfície i deve ser interceptada pelas superfícies da cavidade.

$$\sum_{j=1}^N F_{ij} = 1 \quad (3.14)$$

Regra da Superposição - Forma de se expressar uma geometria, com fator de forma desconhecido, em função da soma ou da diferença de geometrias com fatores de forma conhecidos. Após realizar as associações de superposição, usa-se a relação da reciprocidade e/ou a regra da soma para se obter o parâmetro.

Regra da Simetria - Esta regra é mais um forma de simplificar o problema da quantidade de fatores de forma a serem calculados. Ela pode ser expressa como duas (ou mais) superfícies que têm simetria em relação a uma terceira e terão fatores de forma idênticos a esta superfície. É interessante assim, antes de começar a realizar cálculos, perceber se existe alguma simetria entre as superfícies da geometria.

3.3 Métodos Analíticos

Configurações geométricas simples resultam em integrais para fator de forma menos complexas, sendo possível determinar esse fator analiticamente pela integração direta da equação 3.7 do fator de forma (MODEST, 2003).

O método da Integração direta consiste em resolver a equação do fator de forma (3.7) utilizando as propriedades do fator de forma e técnicas básicas de integração. A partir disso são obtidas as fórmulas das geometrias mais simples, como o fator de forma entre placas paralelas e placas perpendiculares, ou ainda discos paralelos (REIS, 2001).

3.4 Ferramentas para o cálculo numérico do fator de forma

A utilização de métodos numéricos para simplificação dos cálculos de engenharia é uma ferramenta importante quando se envolvem problemas de difícil resolução. Para problemas que envolvam o cálculo do fator de forma entre superfícies complexas, um auxílio computacional para resolução do problema se torna necessário. A seção presente, introduz alguns métodos numéricos utilizados no cálculo de fator de forma.

3.4.1 Malha radioativa

A obtenção de geometrias mais simples é uma das primeiras etapas para o cálculo numérico do fator de forma. Inicialmente, é feita uma divisão da superfície em estudo em partes menores e a partir dessas superfícies menores é calculado os valores dos fatores de forma (REIS, 2001). A discretização da superfície utilizada em métodos numéricos é conhecida como geração de malha (JUNIOR, 2001).

O tipo de malha mais utilizada em problemas que envolvem o cálculo do fator de forma é a malha triangular. A malha triangular deve ser a mais refinada possível (menores divisões triangulares) para obtenção de melhores resultados. Podemos ver na figura 9 exemplos de malhas triangulares.

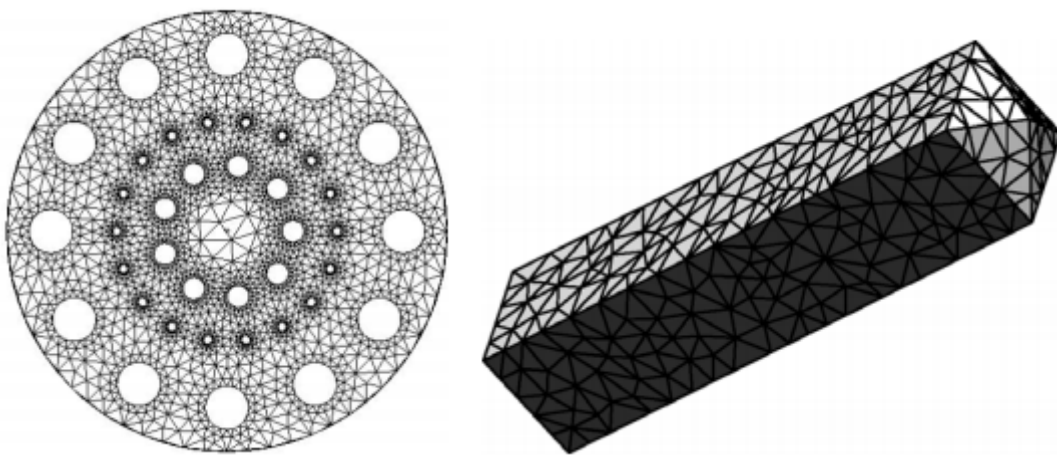


Figura 9 – Exemplos de malhas radioativas triangulares (JUNIOR, 2001)

Com a utilização de quantidades maiores de subdivisões, ocorre um refinamento da malha e consequentemente, melhores resultados (REIS, 2001). Para tal refinamento,

considerou-se a relação 3.15:

$$F_{12} = \frac{1}{A_1} \sum_{u=1}^M F_{d_1, u-2} \Delta A_{1, u} \quad (3.15)$$

Um dos problemas encontrados com o refinamento da malha a partir da equação 3.15 é que, o tempo computacional para resolução do problema é elevado, além disso, pode ocorrer a geração de sub-elementos desnecessários (REIS, 2001). Para resolver esse problema, Sillion e Puech (1989) propuseram a subdivisão dos elementos discretizados apenas nas áreas que apresentam problemas na malha, diminuindo assim, o tempo computacional para o cálculo do fator de forma.

3.4.2 Quadratura de Gauss

A Quadratura de Gauss é uma ferramenta de integração numérica (AZEVEDO, 2003). A sua função é avaliada em pontos, o que torna o método uma ótima aproximação da solução analítica (WALTON, 2002). No cálculo numérico, a fórmula de quadratura é uma aproximação da integral definida que segue o seguinte modelo (BURDEN; FAIRES; TASKS, 2008 apud CAMPOS, 2012):

$$I(f) = \int_a^b f(x) dx \quad (3.16)$$

A equação 3.16, pode ser resolvida pela Quadratura de Gauss, isto é feito aproximando o valor da integral 3.16 a um somatório ponderado, que segue a seguinte forma (SOARES, 2013):

$$J = \sum_{i=1}^N \omega_i f(P_i) \quad (3.17)$$

onde

- ω_i : função peso da Quadratura de Gauss
- P_i : nós no intervalo $[a; b]$

A Quadratura de Gauss tem como vantagem a possibilidade de escolha dos coeficientes da função peso bem como, a localização onde as funções serão avaliadas (BRAGA, 2008).

No caso de um integral dupla, temos as seguintes transformações:

$$I = \int_a^b \int_a^b f(x, y) dx dy \longrightarrow J = \int_a^b \left[\sum_{K=0}^{nx} \omega_i f(P_i y) \right] dy \quad (3.18)$$

onde, nx : número de pontos utilizados na direção x .

Considerando que a função integrante da equação J é uma função $g(y)$, podemos reescrever a equação 3.18 da seguinte forma:

$$J = \int_a^b g(y) dy \quad (3.19)$$

sendo,

$$g(y) = \sum_{i=1}^{nx} \omega_i f(P_i y) \quad (3.20)$$

Substituindo a integral em ordem a y e colocando-a em forma genérica temos:

$$J = \sum_{j=1}^{ny} \omega_j g(P_j) \quad (3.21)$$

onde, ny é o número de pontos de Gauss utilizados na direção y .

Reorganizando a equação 3.21, chegamos na fórmula geral da quadratura de Gauss para o caso de uma integral dupla:

$$J = \sum_{j=1}^{ny} \omega_j \left[\sum_{i=1}^{nx} \omega_i f(P_i P_j) \right] \longrightarrow J = \sum_{i=1}^{nx} \sum_{j=1}^{ny} \omega_i \omega_j f(P_i P_j) \quad (3.22)$$

No caso deste trabalho, a Quadratura de Gauss será a ferramenta utilizada para resolver o problema da integral dupla do fator de forma. Para tanto a função peso será unitária, pois o fator de forma será avaliado apenas no centro do elemento de área considerado. E a integral dupla presente em 3.7 se torna:

$$F_{ij} = \frac{1}{A_i} \sum_{i=1}^{A_i} \sum_{j=1}^{A_j} \frac{\cos \theta_i \cos \theta_j}{\pi S^2} \Delta A_i \Delta A_j \quad (3.23)$$

onde,

- A_i : área total da superfície 1;
- S : distância entre os pontos;
- θ_i : ângulo formado entre a distância entre os pontos e a normal da superfície i ;
- θ_j : ângulo formado entre a distância entre os pontos e a normal da superfície j ;
- ΔA_i : área de um elemento da superfície i ;
- ΔA_j : área de um elemento da superfície j .

Para a implementação de um algoritmo que calcule o fator de forma numericamente não é interessante utilizar a relação de cossenos mostrada na equação 3.23. A solução para esse problema está no trabalho de [Walton \(2002\)](#). Ele mostra que é possível transformar os cossenos em produtos internos entre vetores. Na seção 3.5 são expostas e analisadas as definições desse autor.

3.5 Cálculo numérico do Fator de Forma

Calcular numericamente a integral dupla do fator de forma é possível quando se observa a Figura 10.

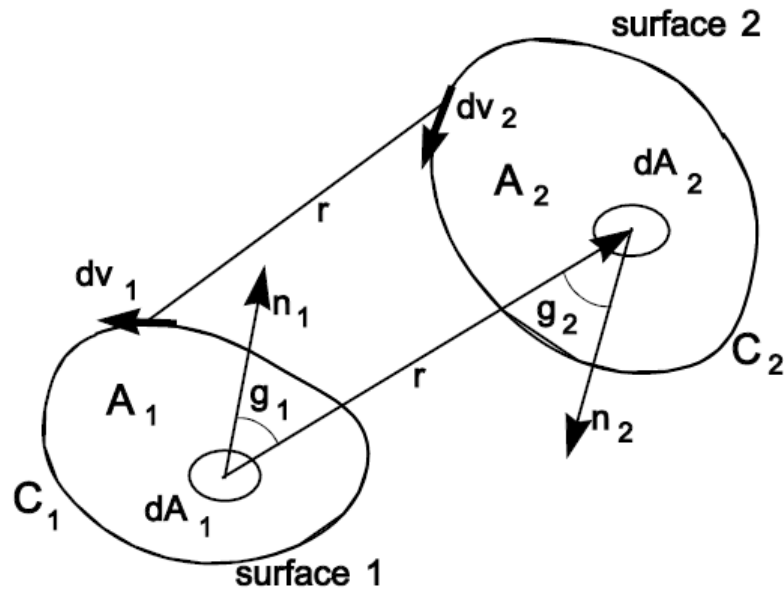


Figura 10 – Geometria base para o cálculo numérico do Fator de Forma ([WALTON, 2002](#))

Na figura temos que:

- A_1 : área da superfície 1, logo dA_1 é o elemento diferencial de A_1 ;
- A_2 : área da superfície 2, logo dA_2 é o elemento diferencial de A_2 ;
- n_1 : normal referente a superfície 1;
- n_2 : normal referente a superfície 2;
- r : distância entre as superfícies;
- g_1 : ângulo formado entre a normal n_1 e r ;
- g_2 : ângulo formado entre a normal n_2 e r ;

A partir dessas considerações e da geometria presente na Figura 10, percebe-se que $\cos g_1 = \frac{\vec{r} \cdot \vec{n}_1}{r}$ e de forma similar $\cos g_2 = -\frac{\vec{r} \cdot \vec{n}_2}{r}$. Considerando ainda que r assume a direção r_{12} pode-se concluir que:

$$\frac{\cos g_1 \cos g_2}{r^2} = -\frac{(\vec{r} \cdot \vec{n}_1) \cdot (\vec{r} \cdot \vec{n}_2)}{(\vec{r} \cdot \vec{r})^2} \quad (3.24)$$

Substituindo 3.24 em 3.23, tem-se 3.25 que pode ser usada diretamente em rotinas computacionais.

$$F_{12} \approx -\frac{1}{\pi A_1} \sum_{i=1}^{A_i} \sum_{j=1}^{A_j} \frac{(\vec{r} \cdot \vec{n}_1) (\vec{r} \cdot \vec{n}_2)}{(\vec{r} \cdot \vec{r})^2} \Delta A_i \Delta A_j \quad (3.25)$$

Em relação a equação 3.12, referente ao fator de forma para geometrias bidimensionais, a quadratura de Gauss já adaptada para a rotina computacional fica definida como em 3.26.

$$F_{12} \approx -\frac{1}{\pi A_1} \sum_{i=1}^{A_i} \sum_{j=1}^{A_j} r_m^2 \frac{\cos g_1 \cdot \cos g_2}{(r_m^2 + z^2)^2} \Delta A_i \Delta A_j \quad (3.26)$$

Onde:

- $r_m = a = \sqrt{x^2 + y^2}$
- $\cos g_1 = \frac{\vec{r} \cdot \vec{n}_1}{r_m}$
- $\cos g_2 = \frac{\vec{r} \cdot \vec{n}_2}{r_m}$

3.5.1 Obstrução

Situações de trocas térmicas muitas vezes envolvem mais superfícies do que apenas duas. Quando isso acontece, dependendo da posição das superfícies é possível que uma obstrua a outra. Esse fato faz com que a superfície obstruída receba menos energia de radiação do que a obstrutora. A Figura 11 esquematiza o problema.

Observando a Figura 11 pode-se perceber que nem toda energia de radiação que deixa dA_1 atinge dA_s . Isso ocorre pois, a terceira superfícies (*obs*), está entre dA_1 e dA_s , e a energia de dA_1 intercepta primeiro *obs* antes de dA_s . A radiação só consegue atingir dA_2 , pois este elemento não está bloqueado por *obs* e nem por dA_s . Diante disso percebe-se a necessidade de incluir um parâmetro que contabiliza a obstrução, este parâmetro é o $b_{i,j}$. Para os casos onde existe obstrução, Walton (2002) explica que o fator de obstrução ($b_{i,j}$) é igual a 0, pois não existirá radiação atingindo a superfície receptora, e conseqüentemente, não haverá fator de forma. Para casos em que não ocorre obstrução, considera-se $b_{i,j}$ igual

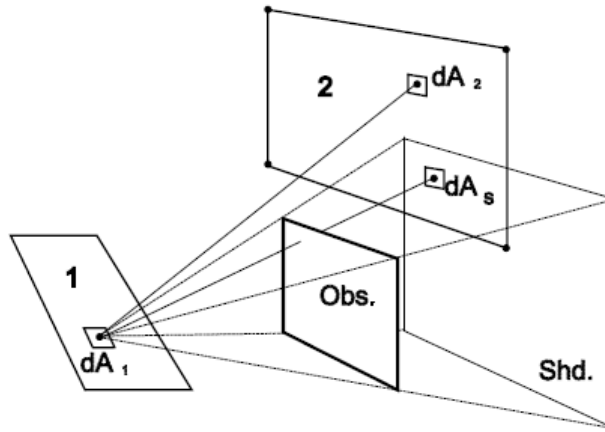


Figura 11 – Representação esquemática do processo de obstrução (WALTON, 2002)

a 1 e a equação do fator de forma é como em 3.25. A equação adaptada, na qual se contabiliza apenas os elementos que recebem energia de fato está presente em 3.27.

$$F_{12} \approx -\frac{1}{\pi A_1} \sum_{i=1}^{A_i} \sum_{j=1}^{A_j} \frac{(\vec{r} \cdot \vec{n}_1) (\vec{r} \cdot \vec{n}_2)}{(\vec{r} \cdot \vec{r})^2} b_{i,j} \Delta A_i \Delta A_j \quad (3.27)$$

4 Metodologia

A partir dos estudos realizados até aqui, foi possível a implementação de uma metodologia para o cálculo numérico do fator de forma entre duas superfícies genéricas e de geometria simples. A seguir, são mostradas as etapas desenvolvidas até a obtenção numérica do fator de forma. A metodologia será descrita para os casos de geometria finitas, das placas infinitamente longas e dos cilindros concêntricos.

4.1 Cálculo do Fator de Forma para geometrias finitas

A metodologia para a obtenção do fator de forma tridimensional teve duas etapas: a construção da geometria envolvendo as trocas de radiação e a implementação da rotina computacional. Para esse espaço foram realizados 2 estudos de caso: placas planas paralelas e perpendiculares. Em ambos os casos foram realizados testes com 3 tipos de malha para verificar a melhor forma de discretizar as superfícies.

4.1.1 Construção da geometria

Os dois tipos de geometrias para análise no espaço tridimensional foram desenhadas no software *Gambit 2.4.6*. Os detalhes para uso desse software e ainda as ferramentas necessárias para se modelar qualquer tipo de geometria podem ser consultados em [TEAM \(2004\)](#). Para este trabalho é necessário pontuar alguns detalhes na modelagem e construção de malha das geometrias:

- A geometria das placas paralelas e perpendiculares foi obtida através de um volume modelado como cubo de arestas unitárias (1x1x1). A Figura 12 mostra o cubo.

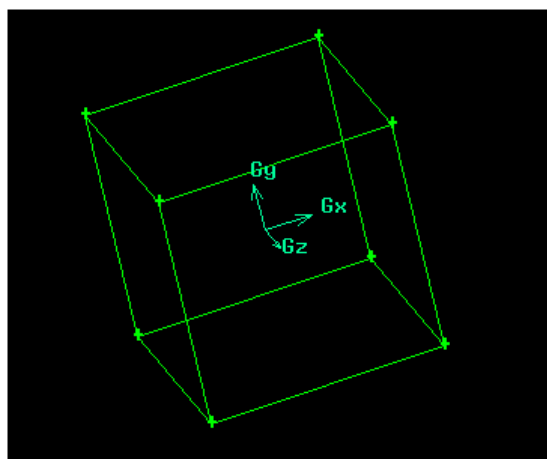


Figura 12 – Geometria para superfícies planas no ambiente *Gambit 2.4.6*.

- A discretização foi igual para todos os casos. O tipo de malha escolhida foi a triangular e o espaço entre os elementos foi de 0.1, 0.04 e 0.02.
- Os arquivos foram salvos no modo *Generic*.
- Foi necessário nomear cada face do cubo. A identidade de cada face será útil na hora do cálculo do fator de forma, pois para as funções criadas se faz necessário entrar com apenas dois contornos de toda a geometria.
- Por fim foi exportado o arquivo *Mesh* que tem a extensão *.neu* para posterior leitura na rotina computacional.

4.1.2 Rotina Computacional

Após a modelagem da geometria em 4.1.1 se fez necessário implementar uma rotina que calcule numericamente o fator de forma. A equação 3.25 mostra o que é necessário conter nesta rotina. Analisando percebe-se que:

- A rotina precisa receber uma geometria
- É necessário calcular as áreas de cada elemento triangular da malha de tal geometria
- Cada área possui uma normal que também precisa ser calculada
- O vetor distância entre os elementos das superfícies precisa ser definido
- Por fim é necessário relacionar os parâmetros na equação 3.25.

Resolvendo cada ponto descrito acima é possível calcular numericamente o fator de forma. O algoritmo proposto neste trabalho foi implementado no ambiente *Matlab R2015a* e responde a todas essas questões. A seguir é explicado como se resolveu cada problema apontado anteriormente.

1. O primeiro passo para calcular o fator de forma é alimentar o código com a geometria que se quer analisar. No caso, a geometria do cubo. Para a correta leitura da malha exportada do ambiente *Gambit 2.4.6* por meio do arquivo de extensão *.neu* foi criada a função `read_mesh_3D`. A função lê os elementos que dão origem a malha: "P" que equivale as coordenadas x e y de cada nó, "E" que traz a informação dos contornos da malha e o "T" que representa cada triângulo da malha.

Após a leitura da malha e do uso da função *triangulation* foi possível obter numericamente e visualmente a geometria com sua discretização, como se pode observar na Figuras 13.

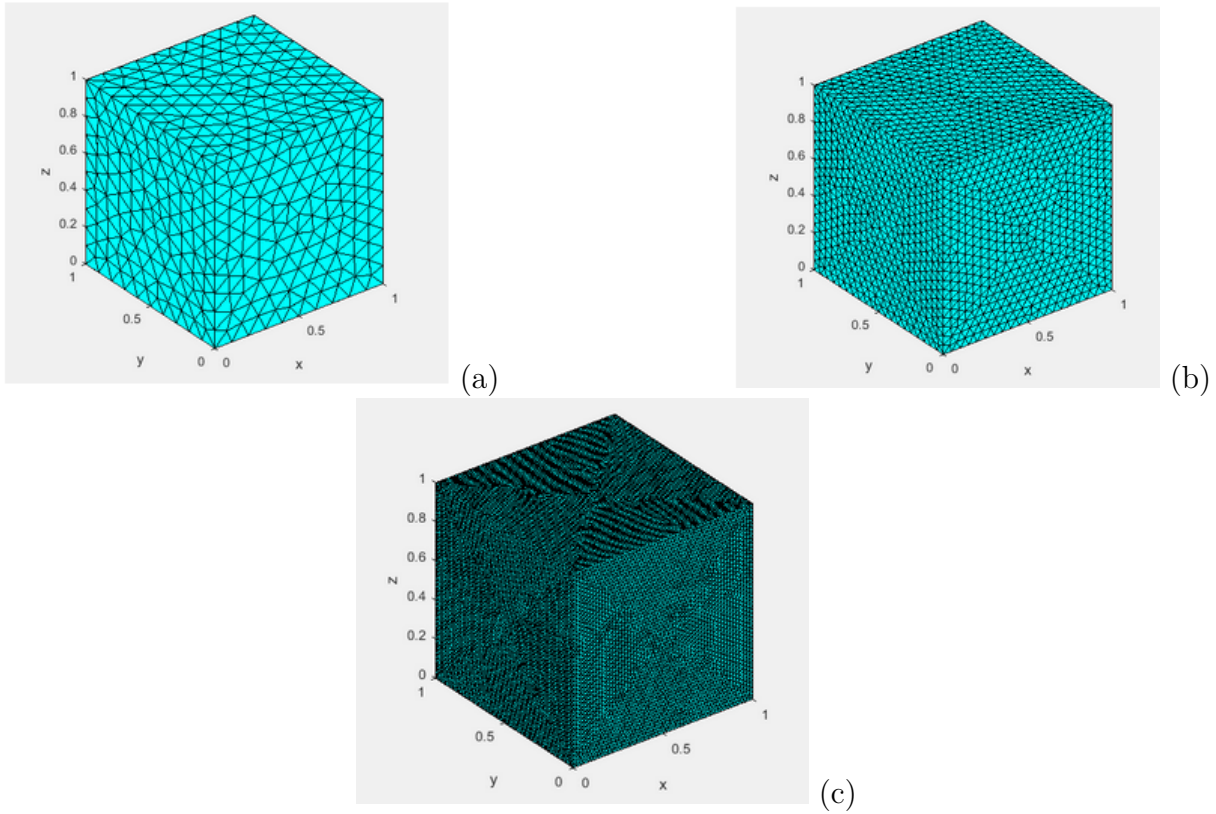


Figura 13 – Espaçamento de 0,1 em (a) 0,04 em (b) e 0,02 em (c).

2. O próximo passo é encontrar o vetor normal e consequentemente calcular a área. Para isso foi criada uma função: `calculo_normal(A.1)`. A função cálculo normal tem como objetivo definir o vetor normal de cada elemento de área da superfície em análise e a partir disso calcular a área do elemento.

A função `calculo_normal` tem como primeira ação a leitura das três colunas da matriz que informa a localização dos nós de malha (matriz P). Em seguida ela encontra o ponto central de cada elemento triangular presente na discretização da geometria proposta. Com todas essas informações a função se torna capaz de calcular o vetor normal a cada elemento de malha. Embasado na teoria de cálculo vetorial que existe no livro de [Strang \(2010\)](#), sabe-se que o vetor normal representa geometricamente a área do paralelogramo formado pelos vetores em questão como mostra a Figura 14.

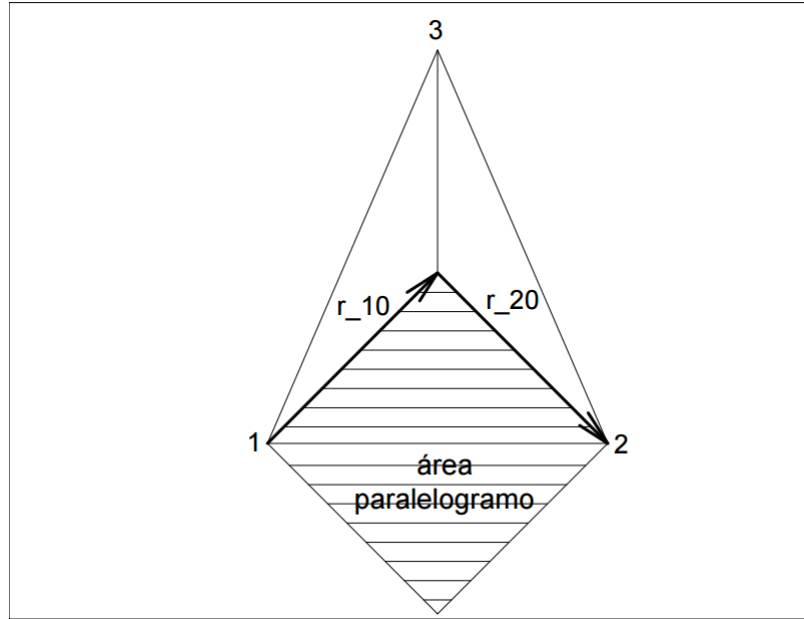


Figura 14 – Módulo do vetor normal.

Percebe-se pela Figura 14 que o vetor normal tem módulo duas vezes maior que a área sombreada, o que equivale a $1/3$ da área total do triângulo. Para descobrir a área do triângulo de referência foi necessário, portanto, dividir o módulo do vetor normal por 2 e em seguida multiplicar o valor por 3. A área total é, então, expressa pela equação 4.1.

$$Área = \frac{\|\vec{n}\|}{2} 3 \quad (4.1)$$

3. Por fim foi elaborada a função `fator_forma_3D` (A.2) que calcula o fator de forma entre duas superfícies. A função consiste em uma rotina que calcula os vetores distância entre os elementos de superfície e os substitui na equação 10. Ao final da rotina se realiza a soma de todos os fatores de forma entre todos os elementos de superfície. A função necessita de três argumentos: `cont_1`, contorno da superfície emissora; `cont_2`, contorno da superfície receptora e a matriz `P` com os dois contornos que se quer analisar. No caso, para as placas planas e paralelas foram selecionadas as faces 1 e 3 do cubo. Para as planas perpendiculares as faces 1 e 4. Com esses dados é possível calcular os vetores distâncias que possuem as coordenadas x , y e z e que correspondem ao feixe de radiação que deixa o centro de um triângulo e chega ao centro de outro triângulo. O resultado visual do fator de forma está presente na Figura 15.

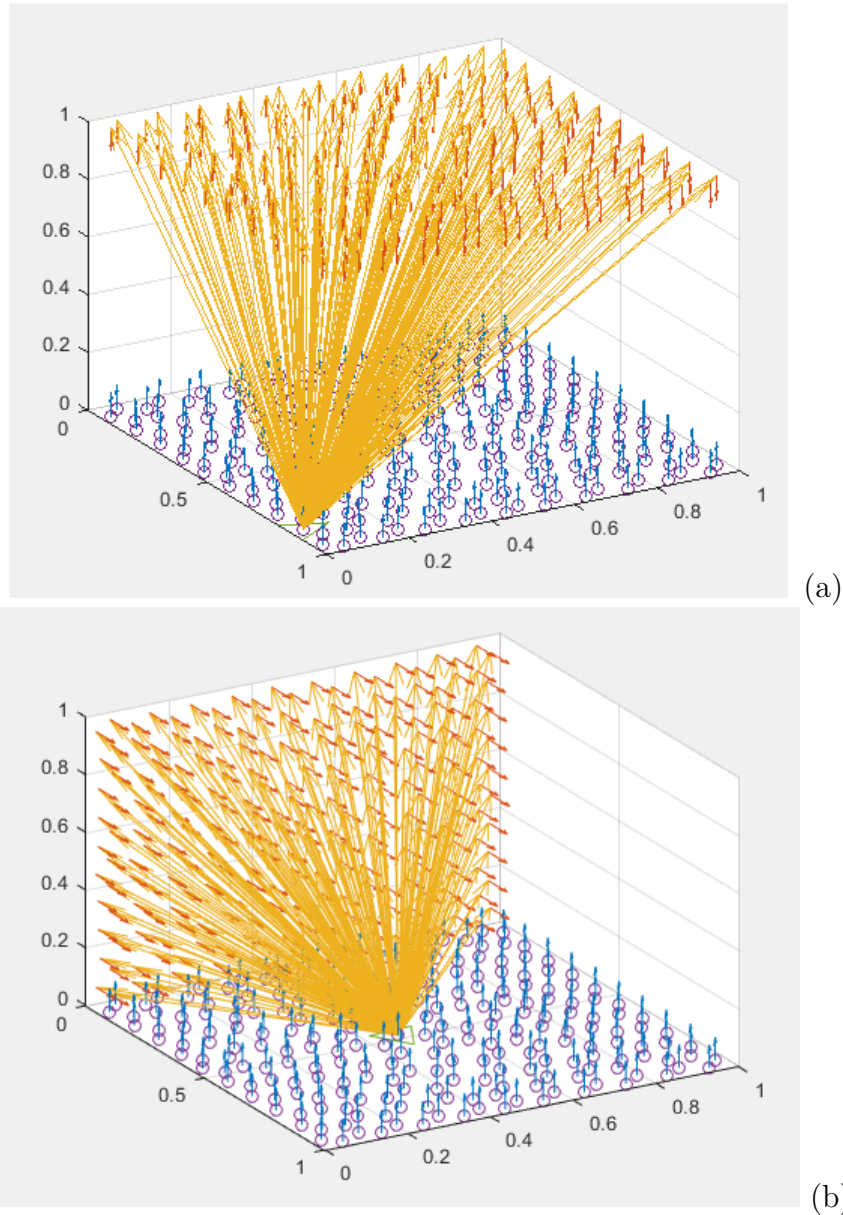


Figura 15 – Resultado geométrico do fator de forma entre superfícies planas paralelas (a) e planas perpendiculares (b).

As informações obtidas até aqui (geometria, vetor normal, área e vetores distância) foram inseridas na equação 3.25 e o software *Matlab* calculou o fator de forma F_{ij} entre todos os elementos de área das faces analisadas (algoritmo final presente em A.3). O resultado numérico do fator de forma será apresentado no Capítulo 5.

4.2 Cálculo do Fator de Forma para superfícies 2D

4.2.1 Construção da geometria

Os dois tipos de geometrias para análise no espaço bidimensional foram desenhadas no software *Gambit 2.4.6*, similar a modelagem descrita em 4.1.1. Para este estudo de caso

é necessário pontuar alguns detalhes na modelagem e construção de malha geométrica:

- A geometria das placas paralelas e perpendiculares infinitamente longas foi obtida por meio da modelagem de uma face quadrada de arestas unitárias (1x1). A Figura 16 mostra a geometria utilizada.

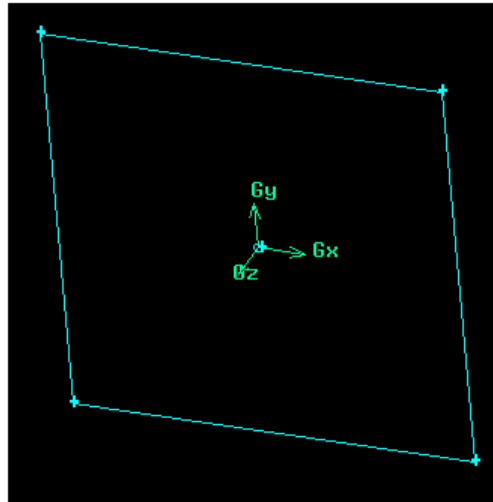


Figura 16 – Geometria para superfícies planas infinitamente longas no ambiente *Gambit* 2.4.6.

- A discretização foi igual para ambos os casos. O tipo de malha escolhida foi a triangular e o espaço entre os elementos foi de 0.1, 0.04 e 0.02.
- Os arquivos foram salvos no modo *Generic*.
- Foi necessário nomear cada aresta do quadrado. A identidade de cada aresta será útil na hora do cálculo do fator de forma, pois para as funções criadas se faz necessário entrar com apenas dois contornos de toda a geometria.
- Por fim foi exportado o arquivo *Mesh* que tem a extensão *.neu* para posterior leitura na rotina computacional.

4.2.2 Rotina Computacional

Após a modelagem da geometria em 4.2.1 se fez necessário implementar uma rotina que calcule numericamente o fator de forma. A equação 3.26 mostra o que é necessário conter nesta rotina. Analisando percebe-se que:

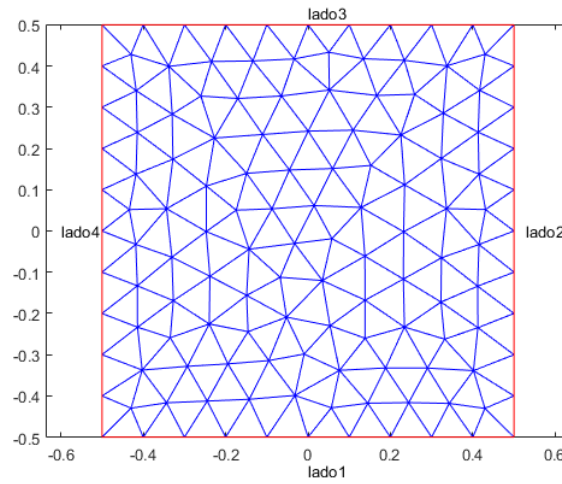
- A rotina precisa receber uma geometria
- É necessário calcular as áreas de cada elemento da malha de tal geometria
- Cada área possui uma normal que também precisa ser calculada

- O vetor distância entre os elementos das superfícies precisa ser definido
- É necessário implementar uma rotina que acrescente a dimensão de espessura dz a medida que os fatores de forma são calculados
- Por fim é necessário relacionar os parâmetros na equação 3.26.

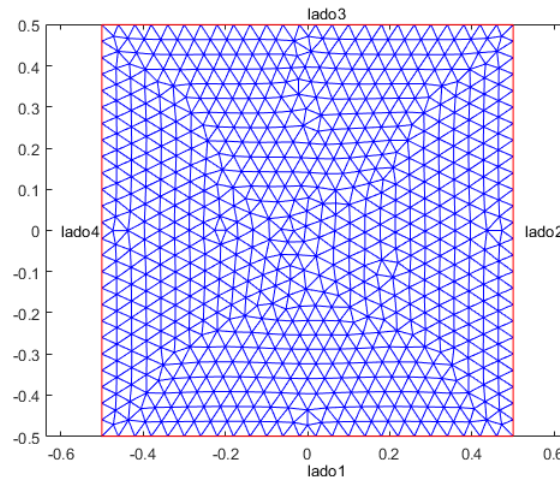
Resolvendo cada ponto descrito acima é possível calcular numericamente o fator de forma. O algoritmo proposto neste trabalho foi implementado no ambiente *Matlab R2015a* e responde a todas essas questões. A seguir é explicado como se resolveu cada problema apontado anteriormente.

1. O primeiro passo para calcular o fator de forma é alimentar o código com a geometria que se quer analisar. No caso, a geometria do quadrado. Para a correta leitura da malha exportada do ambiente *Gambit 2.4.6* como extensão *.neu*, foi criada a função `read_mesh_2D`. A função lê os elementos que dão origem a malha: "P" que equivale as coordenadas x e y de cada nó, "E" que traz a informação dos contornos da malha e o "T" que representa cada segmento da malha.

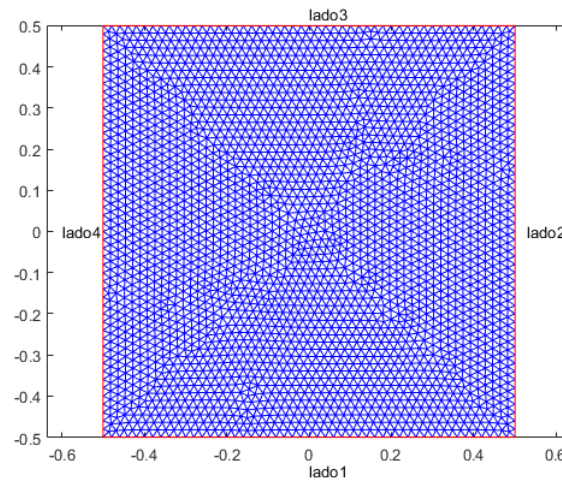
Após a leitura da malha e do uso do comando *pdemesh* foi possível obter numericamente e visualmente a geometria com sua discretização, como se pode observar nas Figura 17.



(a)



(b)



(c)

Figura 17 – Espaçamento de 0,1 em (a) 0,04 em (b) e 0,02 em (c) entre os elementos de malha.

2. O próximo passo é encontrar o vetor normal e consequentemente calcular a área. Para isso foi criada uma função: `calculo_normal_2D` (B.1). A função cálculo normal tem como objetivo definir o vetor normal de cada elemento de área da superfície em análise e a partir disso calcular a área do elemento.

A função `calculo_normal_2D` tem como primeira ação a leitura das duas colunas da matriz que informa a localização dos nós de malha (matriz P). Em seguida ela encontra o ponto médio de cada segmento presente na discretização da geometria proposta. Com todas essas informações a função se torna capaz de calcular o vetor normal, similar ao que acontece no passo 2 da subseção 4.2.2; a partir desse vetor normal o comprimento do segmento é determinado. A área por sua vez é obtida multiplicando o comprimento pela espessura diferencial dz , como pode ser observado em 4.2.

$$\text{Área} = \|\vec{n}\|.dz \quad (4.2)$$

A partir dos produtos da função `calculo_normal_2D` e do comando `quiver` é possível visualizar os vetores normais e as distâncias \vec{r} entre os centros de cada segmento na Figura 18. No caso, como se quer analisar o fator de forma entre placas infinitamente longas paralelas e perpendiculares, foram selecionados para visualização os lados 1 e 3 e, 1 e 4 (malha com espaçamento de 0,04) respectivamente.

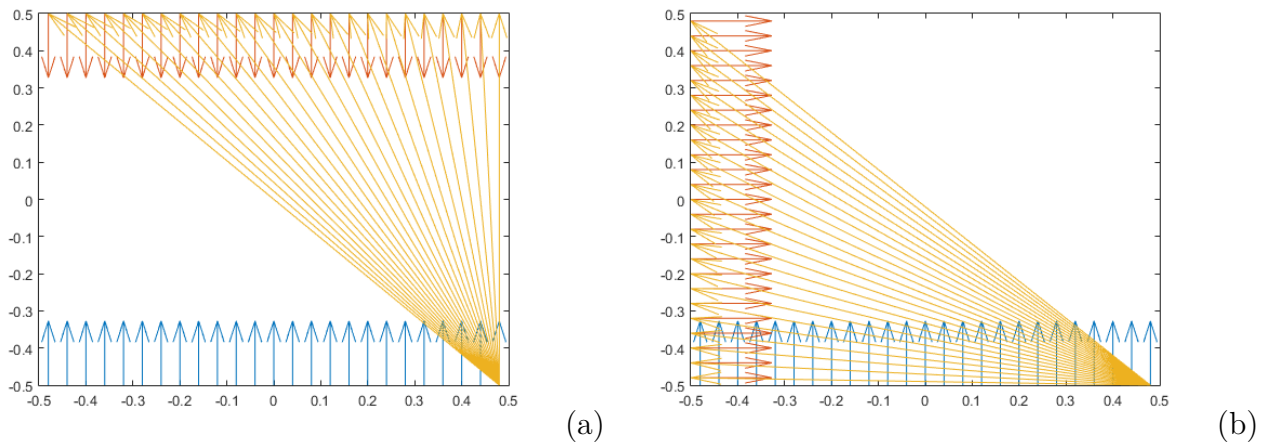


Figura 18 – Representação dos vetores entre placas infinitas paralelas em (a) e representação de vetores entre placas infinitas perpendiculares em (b).

3. Por fim foi elaborada a função `fator_forma_2D` (B.2) que calcula o fator de forma entre duas superfícies. Essa função consiste em uma rotina que calcula os vetores distância, as áreas e consequentemente, o fator de forma a medida em que se adicionam espessuras dz a dimensão z do sólido. A Figura 19 representa graficamente a leitura da geometria pelo software em cima da rotina implementada.

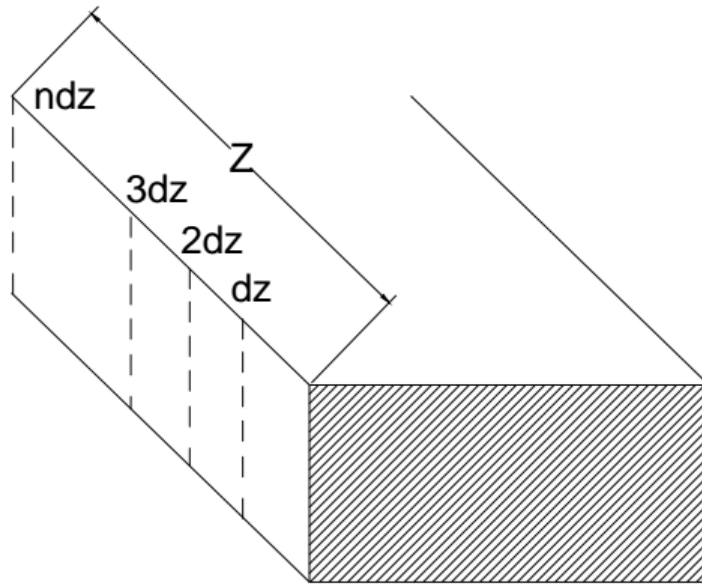


Figura 19 – Placas infinitamente longas visão Matlab

Para a correta execução da função é necessário entrar com os dois contornos que se quer analisar e suas matrizes P correspondentes: na opção de `cont_1` deve-se entrar com a superfície emissora, na opção de `cont_2` a receptora. No caso, para as placas infinitamente longas paralelas foram selecionados como contorno os lados 1 e 3 do quadrado; para as infinitas perpendiculares, os lados 1 e 4. Com esses dados é possível calcular os vetores distâncias que possuem as coordenadas x e y e que correspondem ao feixe de radiação que deixa o centro de um seguimento e chega ao centro de outro segmento.

As informações obtidas até aqui (geometria, vetor normal, área e vetores distância) foram inseridas na equação 3.26 que foi alocada dentro da rotina que acrescenta z a geometria. Por fim o software *Matlab* calculou o fator de forma F_{ij} entre todos os elementos de área dos segmentos analisados (algoritmo final presente em B.3). O resultado numérico do fator de forma será apresentado no Capítulo 5.

4.3 Obstrução

O problema da obstrução também foi tratado neste trabalho para superfícies bi-dimensionais, e sua resolução se baseia na equação 3.27. Para simular o problema, foi criada uma geometria que possui dois contornos para a análise e ainda a função `contorno_radiação`(C.1) capaz de determinar o valor do parâmetro $b_{i,j}$ presente na equação 3.27.

4.3.1 Geometria para obstrução

A geometria utilizada para o caso com obstrução é a de cilindros concêntricos infinitamente longos. Nesta caso, optou-se por variar o raio do cilindro interno e o número de divisões para cada raio. O valor do raio externo foi inalterado, sendo de 1, enquanto os raios internos foram: 0.15 e 0.35. Para se avaliar evolução da qualidade dos resultados da função *contorno_radiação* foram mudadas as malhas da geometria com números de divisões de 0.1, 0.04 e 0.02. Basicamente, os passos para a construção desta situação foram:

- Inicialmente, foram construídos dois círculos, um maior com raio de 1 e um menor de 0.15. Para o desenho das geometrias utilizou-se a ferramenta *create real circular face*.
- O círculo menor foi subtraído do maior com a utilização da ferramenta *boolean operation* seguida da operação *subtract*.
- Para a aplicação da malha, foi realizado os seguintes passos: Na ferramenta *operation* foi selecionado a opção *mesh command button*, posteriormente o *face command button* e, por fim, *mesh faces*. Com essa opção, abriu-se o diálogo *mesh volumes*, no qual, inicialmente, seleciona-se *face.1* que se encontra na parte *available* e muda-se para o outro lado *picked*.
- Ainda do ambiente *mesh volume*, foi selecionado o tipo de malha desejada, *elements* do tipo *tri*. Na parte *spacing*, foi selecionado o espaço entre estas divisões, sendo igual a 0.1. Após este procedimento, é obtida a malha presente na Figura 20:

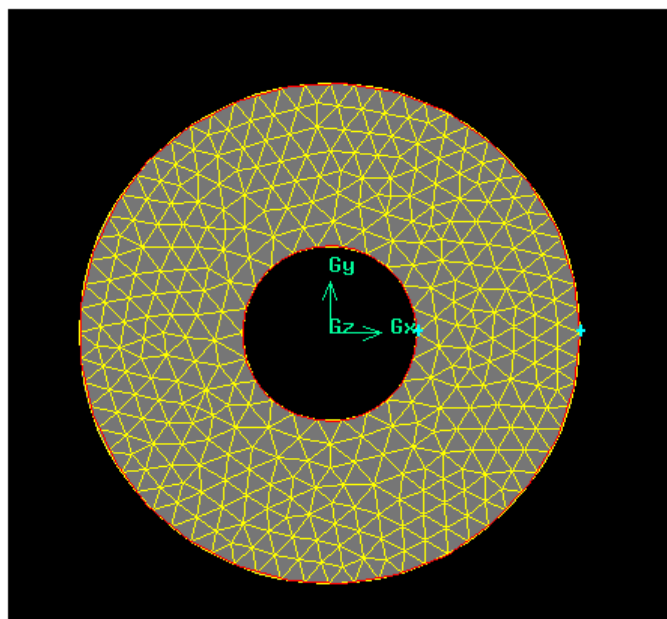


Figura 20 – Malha para cilindros concêntricos visão *Gambit*

- Após a determinação da malha foi necessário nomear os contornos que serão posteriormente analisados na rotina computacional. No caso, o contorno do cilindro interno recebeu o nome de lado 1 e o contorno do cilindro externo foi nomeado como lado 2.
- Após a nomeação dos contornos foi possível exportar o arquivo .neu que contém as informações de malha e contornos a respeito da geometria utilizada.
- Para a obtenção das outras duas malhas, os passos anteriores foram repetidos, modificando-se apenas o raio do cilindro interno para 0.35 e, ainda, o espaçamento entre os elementos para 0.04 e 0.02.

4.3.2 Rotina computacional para obstrução

Assim como nas rotinas anteriores, é necessário fazer um balanço geral sobre o que a equação 3.27 pede. Quase todos os problemas trazidos por tal equação já estão resolvidos na função *Fator_Forma_2D*, exceto:

- a geometria que ilustre um caso de transferência de calor por radiação entre duas superfícies com obstáculo no meio, e
- a determinação do parâmetro $b_{i,j}$, o qual deve receber os valores de 1 (caso de não obstrução) e 0 (caso de obstrução)

Para determinar o parâmetro $b_{i,j}$ foi criada uma nova função que recebeu o nome de *contorno_radiação*(C.1). A seguir, a lógica utilização nessa função é explicada.

1. Inicialmente são definidos os segmentos da malha. A função recebe a matriz P e a matriz E, além do contorno de referência, ou seja o lado que vai emitir radiação. A partir disso foi possível encontrar o centro dos segmentos de malha (X_{bcm} , Y_{bcm}) e seu ponto inicial (X_{bc1} , Y_{bc1}) e final (X_{bc2} , Y_{bc2}).
2. A partir de (X_{bc1} , Y_{bc1}) e (X_{bc2} , Y_{bc2}) foram determinados os vetores normais a cada segmento, o módulo destes vetores (comprimento dos segmentos) e ainda, o vetor normal unitário.
3. O próximo passo foi criar um sistema de coordenadas locais. Este sistema tem como objetivo realizar a análise de qual quadrante determinado segmento está e assim realocar os cálculos de forma que tal segmento se torne a origem. Ou seja, cada seguimento analisado tem seu sistema de coordenadas. Esse detalhe tornou possível a eliminação de todos os segmentos que estão abaixo da origem para o cálculo final do fator de forma, uma vez que a emissão de radiação acontece em 180 graus ao redor do nó de referência. A Figura 21 ilustra o que foi dito.

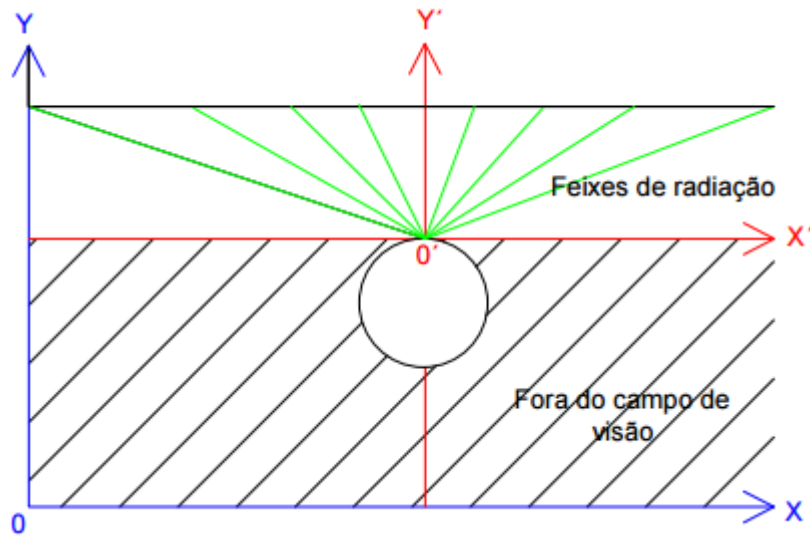


Figura 21 – Sistema de coordenadas locais.

Pela Figura 21 percebe-se que inicialmente era obedecido o sistema de coordenadas da geometria (X, Y) . Ao se escolher um ponto de referência para emitir radiação é criado o novo sistema de coordenadas (X', Y') . Todos os pontos abaixo dessa origem ou seja, que possuem sua coordenada Y' com valores menores que 0, são automaticamente desconsiderados por estarem fora do ponto de visão do nó de referência.

4. A etapa que se seguiu foi a determinação dos vetores distância \vec{r} entre os segmentos, obedecendo o sistema de coordenadas local.
5. A ação mais importante dessa função acontece após o cálculo dos vetores \vec{r} : a determinação dos segmentos obstruídos. Pela Figura 22 pode-se observar como isso acontece.

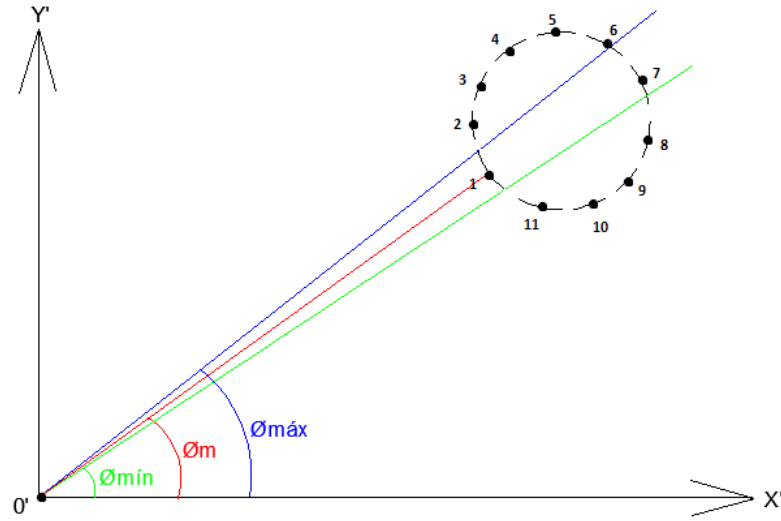


Figura 22 – Análise de segmentos obstruídos.

A Figura 22 mostra que o segmento emissor (origem), emite radiação para o segmento 1. Este, automaticamente, obstrui o segmento 7, pois ele está com o centro exatamente dentro do intervalo de ângulos máximo e mínimo formado pelo centro do segmento emissor e as extremidades do segmento 1. Os demais segmentos não estão com o seu centro nessa abertura e, portanto, não são considerados, no primeiro momento, como obstruídos. O segmento 6, apesar de ter parte obstruída, ainda é considerado, pelo algoritmo, como não obstruído uma vez que seu centro não se encontra no intervalo analisado. Esse detalhe, de certa forma, gera um erro no cálculo final do fator de forma.

6. Como o objetivo da função é analisar o efeito de sombra por todo o contorno da geometria, se fez necessário criar dois vetores que fossem capazes de armazenar quais segmentos recebem ou não os feixes de radiação e assim avaliar todo o contorno. Esses vetores foram nomeados de *nobs* e *obs*.

O vetor *nobs* é responsável por guardar os segmentos não obstruídos, ou seja, aqueles segmentos que vão entrar no cálculo do fator de forma. O primeiro segmento armazenado nele é o de referência, ou seja, o emissor. O vetor *obs* é responsável por armazenar os segmentos que são obstruídos por algum obstáculo e não recebem energia proveniente de radiação. Ele é iniciado com o valor 0. A condição para ser *obs* é a de estar com o centro entre os θ_{max} e θ_{min} dos menores segmentos, primeiramente analisados. A verificação acaba quando não se tem mais segmentos não obstruídos nos contornos. A Figura 23 ilustra e resume a ação da função *contorno_radiação*,

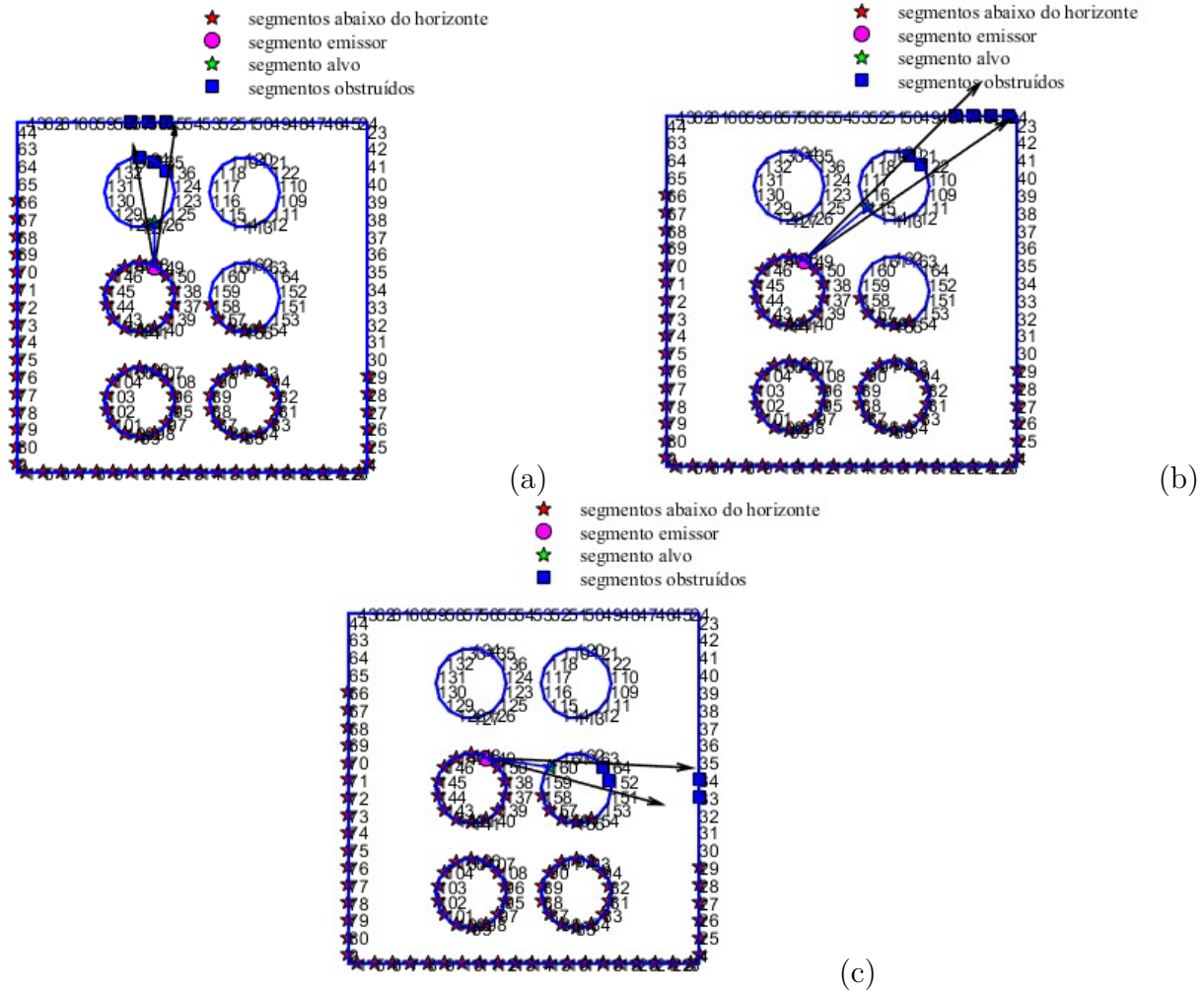


Figura 23 – Análise dos efeitos de sombra considerando que o segmento 145 emite para (a) o segmento 126, (b) segmento 115 e (c) segmento 160.

Primeiro é determinado o segmento emissor. A partir disso começam as verificações dos segmentos (Figura 23) que serão obstruídos, lembrando que os que estão abaixo da origem não entram para a somatória do fator de forma final e já são automaticamente desconsiderados para a verificação. E, por fim, tem-se a Figura 24 que representa graficamente o fator de forma do segmento 145 para todo o contorno da geometria e a Figura 25 que representa a emissão de todos os segmentos do contorno simultaneamente.

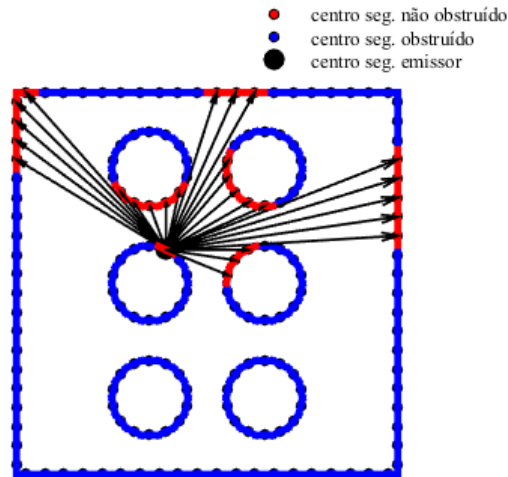


Figura 24 – Resultado gráfico final do fator de forma, considerando o segmento 145 como emissor.

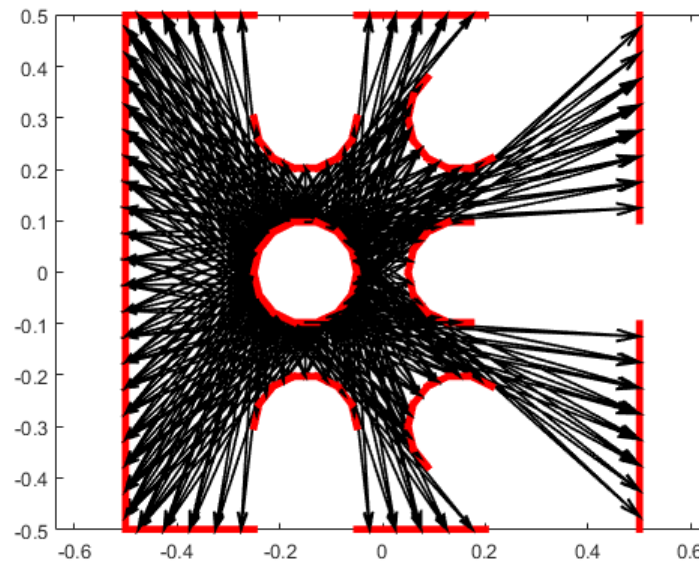


Figura 25 – Representação gráfica dos vetores envolvidos no cálculo do fator de forma, considerando todos os segmentos do contorno emitindo radiação simultaneamente.

Concluindo, a Figura 26 mostra a lógica completa da função `contorno_radiação` usada para determinar o parâmetro b_{ij} da equação 3.27.

5 Resultados e Discussões

Este capítulo expõe todos os resultados obtidos pela aplicação da metodologia exposta no Capítulo 4 e ainda realiza uma análise destes resultados confrontando-os com a teoria existente. Para melhor organização, cada geometria será discutida em uma seção específica. E ainda, vale ressaltar que a equação 5.1 foi utilizada para se calcular o erro dos fatores de forma numéricos referente a todas as geometrias.

$$Erro(\%) = \frac{F_{ij}(\text{numérico}) - F_{ij}(\text{analítico})}{F_{ij}(\text{analítico})} 100 \quad (5.1)$$

As simulações foram realizadas no hardware *HP Pavilion Entertainment* no qual se encontra instalado o software *Windows XP 32 bits*. E ainda, para as análises de tempo computacional foi considerado como tempo inicial o instante em que a opção de inicialização foi selecionada e como tempo final, quando o valor do fator de forma apareceu na tela de comando do Matlab.

5.1 Placas planas e paralelas

O primeiro teste foi realizado no caso mais simples: Fator de Forma entre duas placas planas e paralelas entre si com dimensões unitárias (1x1x1). Para tanto, como citado na metodologia, foram utilizados 3 tipos de malhas que se diferem pelo número de divisões ou refinamento de cada malha. Para comparação de valores, buscou-se na literatura autores que tratassem do tema abordado. O trabalho de referência foi o de [Mazumder e Ravishankar \(2012\)](#). O artigo deles mostra os valores analíticos de fatores de forma para superfícies simples. No caso de placas paralelas o valor encontrado pelos autores foi de 0,199825. A Tabela 2 mostra a divisão realizada para os 3 tipos de malha e o fator de forma obtido no cálculo numérico, junto com o erro associado a cada cálculo.

Tabela 2 – Comparação de acurácia entre malhas - fator de forma entre duas placas paralelas

Número de Elementos	Fator de Forma	Erro associado (%)	Tempo computacional (seg)
1362	0,20014	0,1576	0,26606
8420	0,19987	0,0225	0,313184
33732	0,19984	0,0075	5,267742

Comparando-se as malhas e os valores obtidos para o fator de forma percebe-se que a metodologia utilizada para o caso das placas paralelas é a ideal, sendo o programa

proposto capaz de se aproximar em até 4 casas decimais do valor analítico. Percebe-se porém que a medida em que o valor numérico se aproxima do analítico acontece com o maior refinamento de malha e consequentemente com o maior tempo computacional. A Figura 27 mostra a convergência dos valores para o valor teórico.

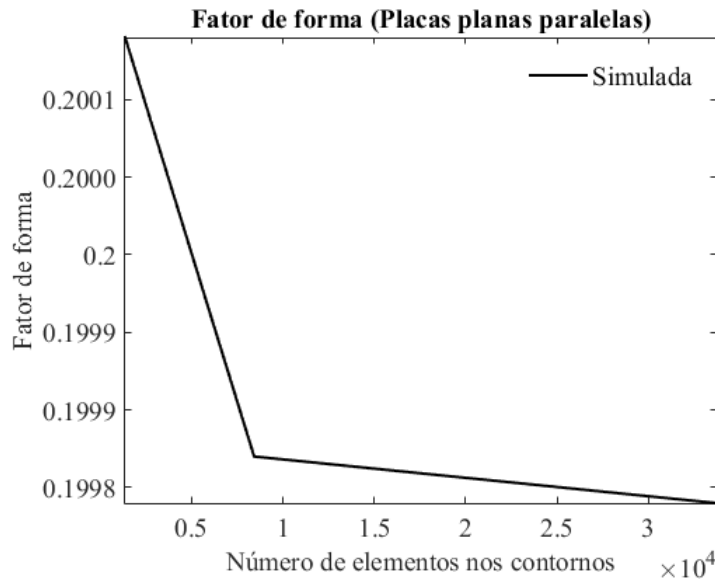


Figura 27 – Comportamento do fator de forma de acordo com a discretização - caso das placas planas paralelas.

5.2 Placas planas e perpendiculares

O segundo teste realizado foi para placas perpendiculares. Novamente foram consideradas 3 malhas diferenciadas pelo número de divisões ou refinamento de cada malha. Os resultados obtidos do fator de forma pelo número de divisões, o erro associado a cada medição e ainda o tempo computacional são mostrados na Tabela 3.

Tabela 3 – Comparação de acurácia entre malhas - fator de forma entre duas placas perpendiculares

Discretização	Fator de Forma	Erro associado (%)	Tempo computacional (seg)
1362	0,21104	5,4968	0,014438
8420	0,20439	2,1725	0,563244
33732	0,20222	1,0878	5,116401

Comparando as malhas e os valores obtidos para o fator de forma, percebe-se que a partir da metodologia utilizada foi possível uma boa aproximação para o valor teórico que é de 0,200044 explícito no trabalho de Mazumder e Ravishankar (2012). Nesse caso a aproximação pode ser observada considerando-se até duas casas decimais e, novamente,

a malha mais refinada trouxe o resultado mais próximo e maior tempo computacional. A Figura 28 mostra a convergência dos valores para o teórico.

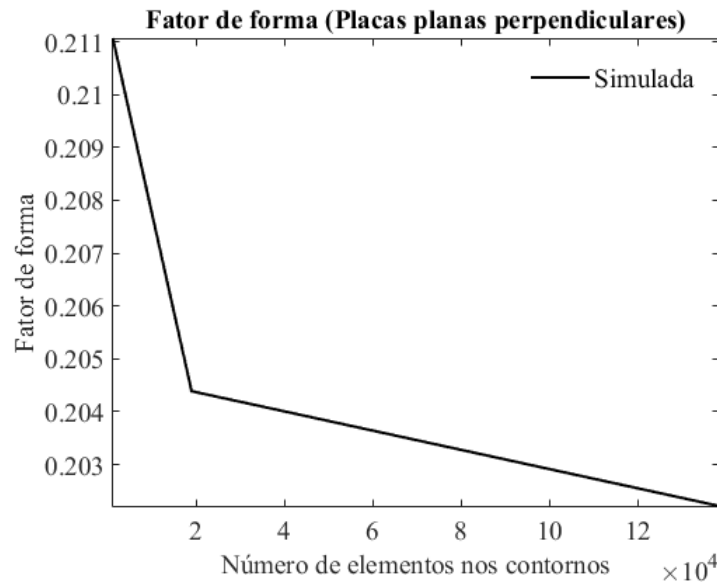


Figura 28 – Comportamento do fator de forma de acordo com a discretização - caso das placas planas perpendiculares.

5.3 Placas infinitas paralelas

O caso das placas infinitas paralelas foi estudado com 3 tipos de malhas, obtendo-se, para cada discretização, um fator de forma correspondente. Para comparações de valores, foi utilizado a equação 5.2 disponível em Çengel e Ghajar (2012) referente a placas infinitas paralelas.

$$F_{ij} = \frac{(((W_i + W_j)^{0.5} + 4))^2 - (((W_i - W_j)^{0.5} + 4))^2}{2W_i} \quad (5.2)$$

Como mostrado na metodologia, as dimensões do retângulo foram de 1x1, sendo assim w_i e w_j , tem os valores de 1 e 1, respectivamente. Substituindo os valores na equação 5.2, o valor analítico obtido para o caso de placas paralelas foi de 0,41421.

A partir do valor analítico, é possível comparar os valores numéricos com o valor analítico. Os resultados obtidos, são mostrados na Tabela 4.

Tabela 4 – Comparação de acurácia entre malhas - fator de forma entre duas placas infinitas e paralelas.

Discretização	Fator de Forma	Erro associado(%)	Tempo Computacional (seg)
40	0,41473	0,1255	1,182235
100	0,41427	0,0144	5,191186

200	0,41421	0	16,165166
-----	---------	---	-----------

Comparando-se as malhas e os valores obtidos para o fator de forma percebe-se que o valor numérico teve uma excelente aproximação do analítico, chegando a se igualar em cinco casas decimais. No entanto o tempo gasto pelo computador para se calcular esse valor foi mais que 3 vezes o tempo da malha mais grossa e o triplo da segunda malha mais refinada. A Figura 29 mostra um gráfico com a convergência dos valores obtidos.

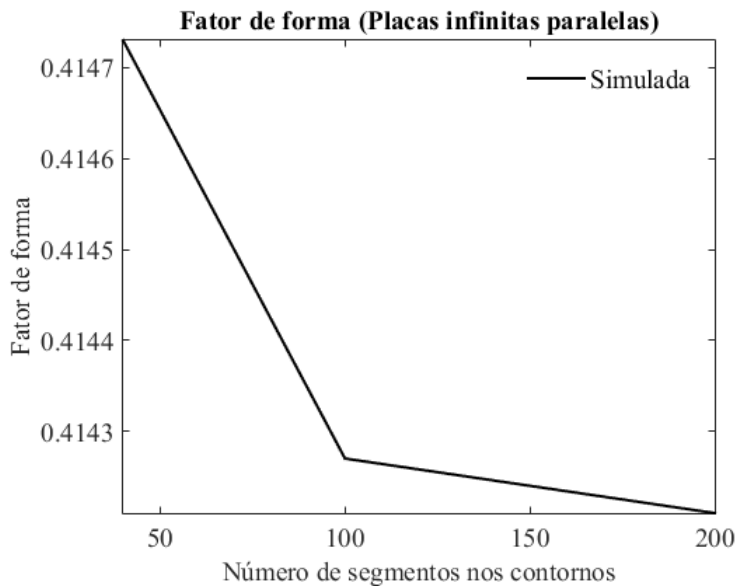


Figura 29 – Comportamento do fator de forma de acordo com a discretização - caso das placas infinitamente longas e paralelas.

5.4 Placas infinitas perpendiculares

Para placas infinitas perpendiculares foram consideradas 3 tipos de malhas, obtendo-se, para cada divisão, um fator de forma correspondente. Para comparações de valores, foi utilizado a equação 5.3 disponível em Çengel e Ghajar (2012) para placas infinitas perpendiculares.

$$F_{ij} = \frac{1}{2} \left\{ 1 + \frac{W_j}{W_i} - \left[1 + \left(\frac{W_j}{W_i} \right)^2 \right]^{0,5} \right\} \quad (5.3)$$

Como mostrado na metodologia, as dimensões do retângulo foram de 1x1, sendo assim w_i e w_j , tem os valores de 1 e 1, respectivamente. Substituindo os valores na equação 5.3, o valor analítico obtido para o caso de placas paralelas foi de 0,2928.

A partir do valor analítico, é possível comparar os valores numéricos com o valor analítico. Os resultados obtidos, são mostrados na Tabela 5.

Tabela 5 – Comparação de acurácia entre malhas - fator de forma entre duas placas infinitas e perpendiculares

Discretização	Fator de Forma	Erro associado (%)	Tempo computacional (seg)
40	0,30151	2,3282	1,047923
100	0,2964	0,5939	4,480081
200	0,29465	0,6539	16,33553

Os erros associados ao valor teórico foram pequenos, chegando a última discretização a 0,6%, o que se pode concluir que a metodologia proposta foi adequada. E, novamente o maior tempo computacional de 16 segundos está relacionado com a malha mais refinada e a aproximação de 3 casas decimais do valor analítico. A Figura 30 mostra a convergência do fator de forma de acordo com a discretização.

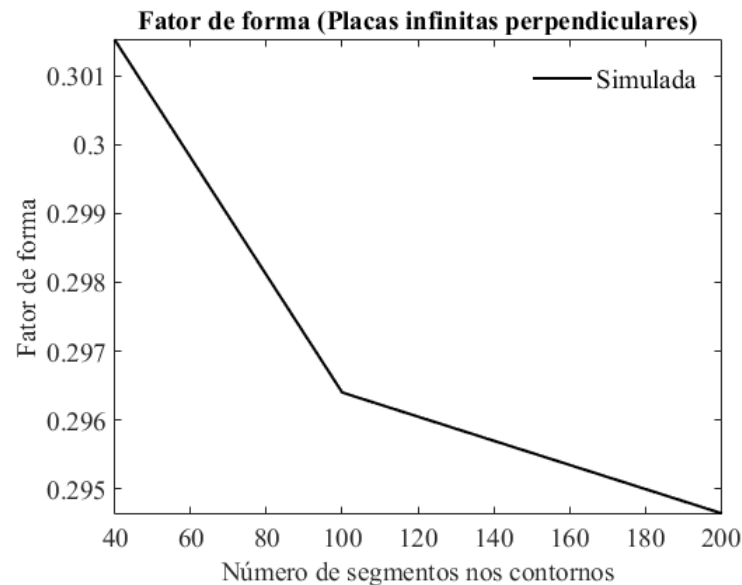


Figura 30 – Comportamento do fator de forma de acordo com a discretização - caso das placas infinitamente longas e perpendiculares.

5.5 Cilindros Concêntricos infinitamente longos - fator de forma considerando efeitos de sombra

Relembrando o que foi explicado no Capítulo 4, para o caso dos cilindros concêntricos, foram escolhidos 2 diferentes tipos de raios internos (0.15 e 0.35) e para cada raio 3 tipos diferentes de malha. O valor do raio externo não se modifica sendo 1 para todos os casos. Com o objetivo de tratar dos efeitos de sombra no fator de forma e validar a rotina apresentada em 4.3.2, foram escolhidas duas situações: fator de forma entre a superfície 2 e a superfície 1 (F_{21}) e o fator de forma quando a superfície 2 emite radiação para ela mesma (F_{22}). A Figura 31 mostra graficamente a geometria utilizada para análise.

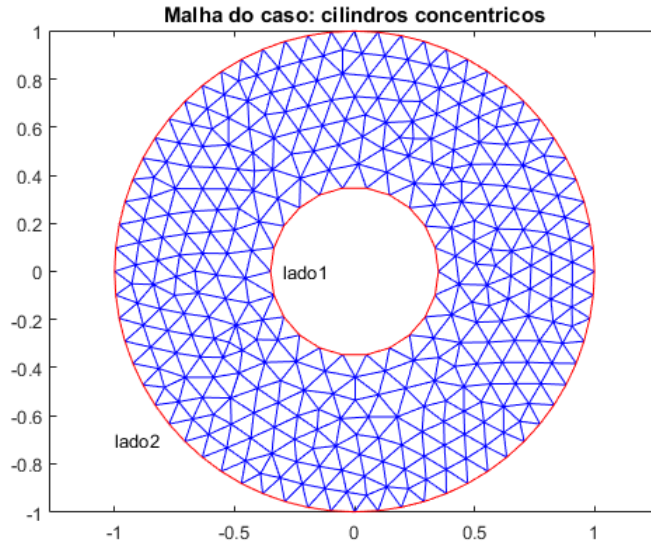


Figura 31 – Representação gráfica da malha de cilindros concêntricos utilizada na rotina computacional.

Para observar a acurácia dos valores obtidos com a simulação numérica do fator de forma considerando os segmentos obstruídos, se faz necessário conhecer o valor analítico do fator de forma para as duas situações que envolvem cilindros concêntricos (F_{21} e F_{22}). Baseado no trabalho apresentado por [Martínez \(2015\)](#), temos que:

$$F_{21} = r \quad (5.4)$$

$$F_{22} = 1 - r \quad (5.5)$$

Onde F_{21} e F_{22} representam, respectivamente, o fator de forma do lado 2 emitindo radiação para o lado 1 e o fator de forma quando a superfície intercepta a si própria. E ainda, a variável r representa a razão entre os raios do cilindro interno e externo e tal razão deve ser menor que 1 para serem considerados concêntricos. Substituindo os valores das razões r de teste nas equações 5.4 e 5.5, tem-se a Tabela 6 que mostra o valor analítico para F_{21} e F_{22} .

Tabela 6 – Fator de forma analítico para os casos teste, analisando F_{21} e F_{22}

Raio	F_{21}	F_{22}
0.15	0.15	0,85
0.35	0.35	0,65

Partindo da Tabela 6, as Tabelas 7, 8, 9, 10 mostram os as discretizações utilizadas, os resultados da simulação numérica, o erro associado a cada medida quando se compara o valor numérico e analítico e ainda, o tempo computacional referente a cada resultado.

Tabela 7 – Fator de forma numérico para $r = 0.15$, analisando F_{21}

Número de segmentos (E)	F_{21}	Erro(%)	Tempo Comp.(seg)
74	0,1470	2	21,5151
182	0.14947	0,3533	88,4588
362	0.14987	0,0867	301,6681

Tabela 8 – Fator de forma numérico para $r = 0.35$, analisando F_{21}

Número de segmentos (E)	F_{21}	Erro(%)	Tempo Comp.(seg)
86	0,3475	0,7143	21,1412
214	0.3496	0,1143	173,9393
424	0.3499	0,02	597,4168

Tabela 9 – Fator de forma numérico para $r = 0.15$, analisando F_{22}

Número de segmentos (E)	F_{22}	Erro(%)	Tempo Comp.(seg)
74	0,8462	0,4471	56,9709
182	0.8514	0,1729	296,1276
362	0.84542	0,5388	1200,3078

Tabela 10 – Fator de forma numérico para $r = 0.35$, analisando F_{22}

Número de segmentos (E)	F_{22}	Erro(%)	Tempo Comp.(seg)
86	0,6407	1,4277	58,6128
214	0.6591	1,4077	319,0192
424	0.6522	0,3323	1227,4376

Analisando as Tabelas 7 e 8, percebe-se que para o caso de F_{21} a metodologia apresentada trouxe como resultado uma boa aproximação numérica, com o erro variando entre 2% e 0,02 %, o que é satisfatório. Porém, se observa que a medida que o erro diminui, o número de segmentos e o tempo computacional aumentam significativamente. Ainda que o tempo seja mais elevado, se gasta menos de 10 minutos para realizar os cálculos, o que também é satisfatório. Analisando o fator de forma percebe-se que a medida que o raio do cilindro interno aumenta o fator de forma também aumenta. Isso pode ser explicado pelo fato de que o cilindro interno é a superfície receptora, então quanto maior for a área de contato deste cilindro (1) com a radiação do cilindro externo (2), maior será o fator de forma entre essas superfícies.

O caso em que a superfície intercepta a si própria F_{22} (Tabelas 9 e 10) seguiu

um padrão numérico uniforme, trazendo resultados satisfatórios com boa aproximação do fator analítico, onde o erro varia de 0,02% a 1,43%. O tempo computacional, assim como no caso anterior, também aumenta a medida que o número de elementos de E aumenta e está na faixa de 1 a 21 minutos, o que também é considerado um bom resultado. Analisando este caso de F_{22} , percebe-se que o fator de forma diminui a medida em que o raio do cilindro interno aumenta. O aumento do raio do cilindro interno aumenta o número de segmentos obstruídos e conseqüentemente diminui o fator de forma, uma vez que o último é a diferença líquida de radiação que sai da superfície i e atinge a superfície j. E ainda, nesse caso, o cilindro interno é agora o obstáculo para a transferência de calor por radiação, ele causa a obstrução dos segmentos da superfície 2. Logo, quanto maior for esse obstáculo menor será o fator de forma, visto que os segmentos obstruídos não recebem radiação pois o fator de forma é 0.

A Figura 32 e a Figura 33 mostram graficamente os resultados de cada estudo de caso quando se analisa F_{21} e F_{22} respectivamente. Nas figuras é possível observar o comportamento do fator de forma a medida em que os raios dos cilindros internos aumentam e ainda a convergência do valor numérico para o analítico.

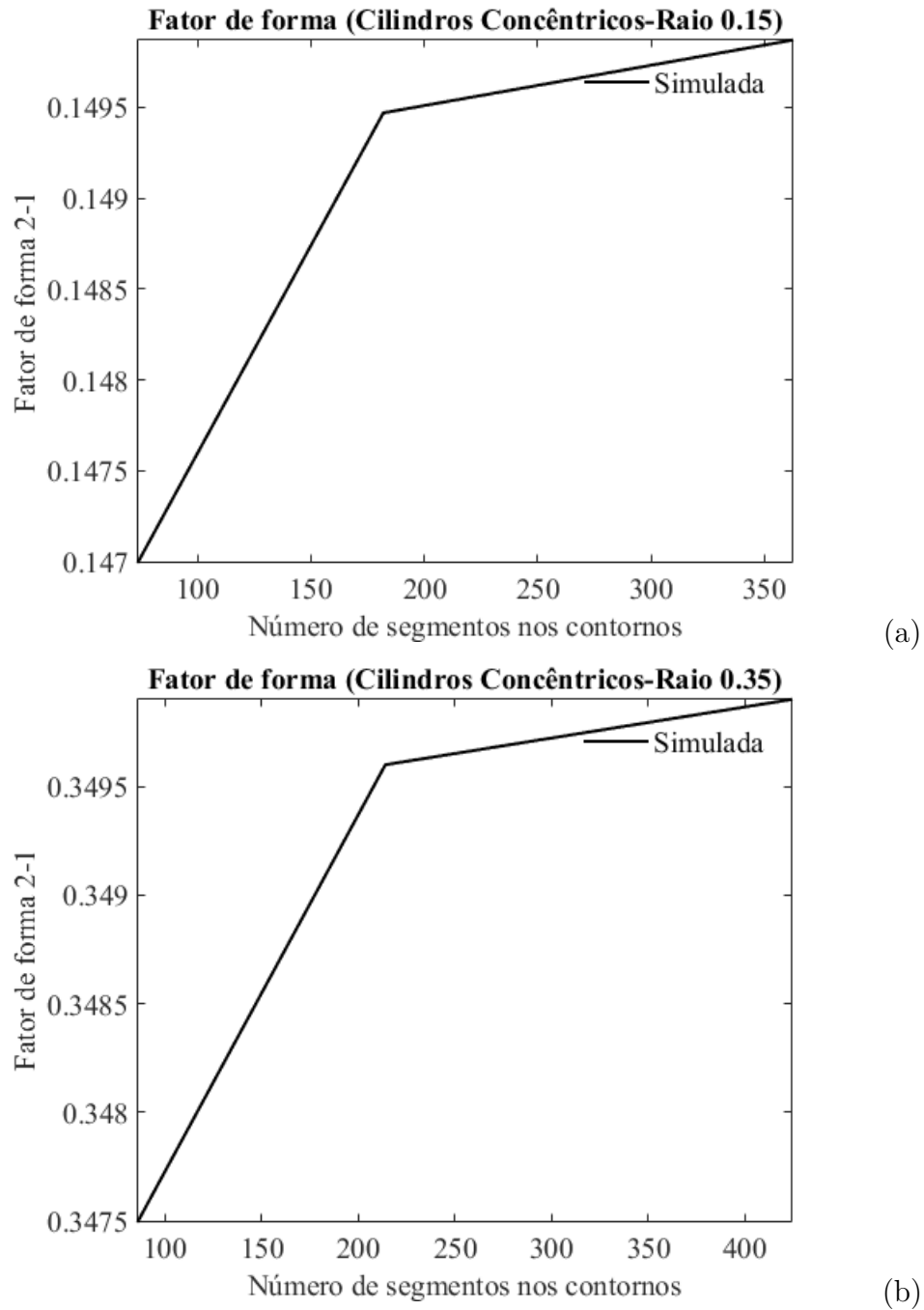


Figura 32 – Fator de forma (F_{21}) do cilindro externo para o interno de raio (a) 0,15 e (b) 0,35.

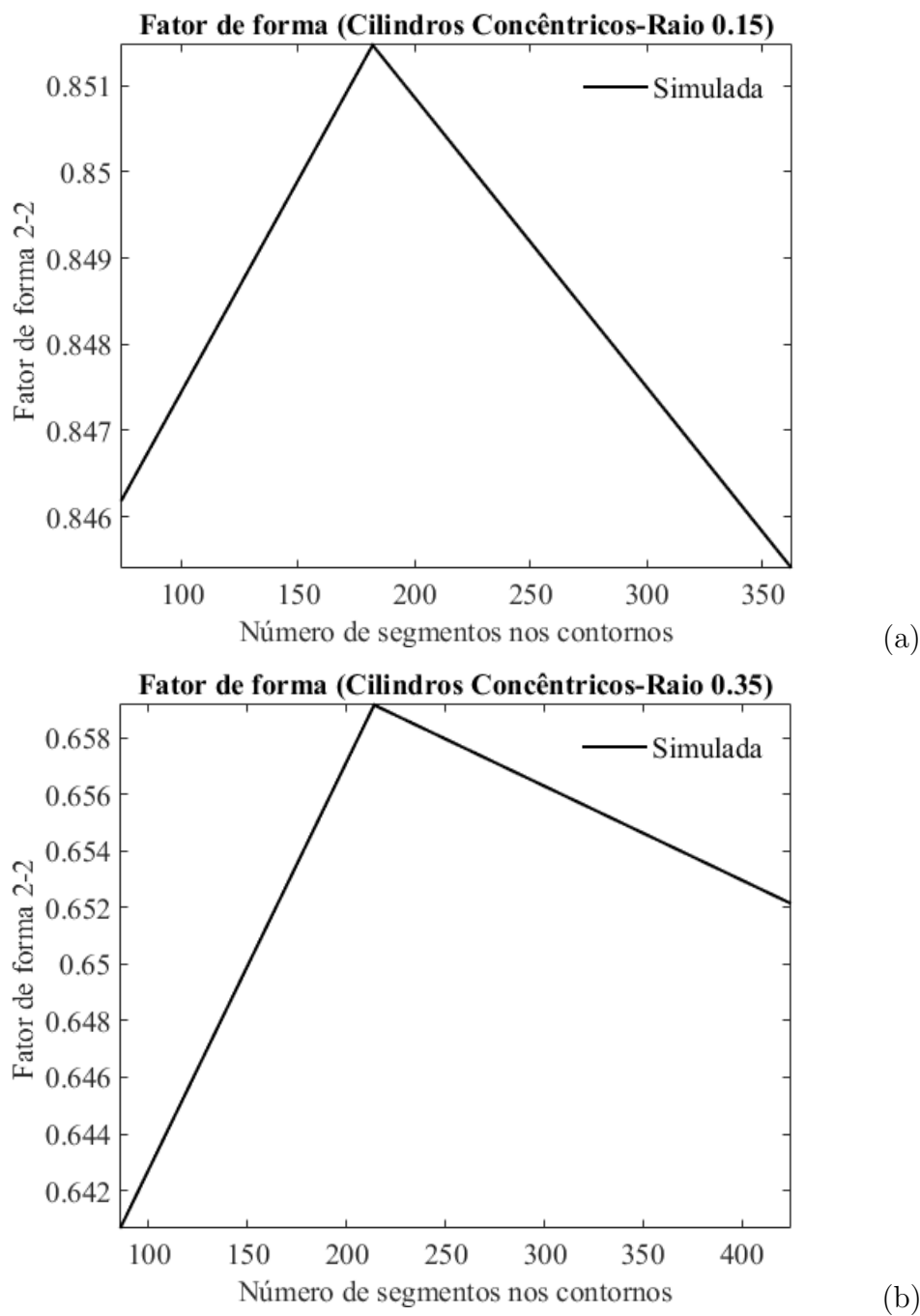


Figura 33 – Fator de forma (F_{22}) do cilindro externo para o interno de raio (a) 0,15 e (b) 0,35.

6 Aplicação da metodologia proposta

Este capítulo traz uma aplicação do método proposto em um caso teste prático para cilindros infinitamente longos, a rotina que calcula o fator de forma para esse caso está presente no apêndice C.4.

O caso teste é baseado no artigo de [Yang et al. \(2014\)](#) e consiste no cálculo do fator de forma entre varetas de combustível nuclear. As aletas de combustível são responsáveis por envolver as pastilhas de urânio, sendo utilizadas dentro dos reatores nucleares para geração de energia nuclear. Neste cenário, o parâmetro fator de forma é importante para os estudos relacionados a energia nuclear, devido a necessidade de controle das taxas de transferência de calor durante este processo. A situação abordada por [Yang et al. \(2014\)](#) é que as aletas cilíndricas de combustível são organizadas de modo que formam um quadrado de dimensão 15 X 15 cilindros. Dentro desse espaço ele ainda considera duas disposições: cilindros com o mesmo raio de 0.5 mm, distanciados de centro a centro por 13 mm (Figura 34 (a)) e ainda a situação em que o cilindro central tem o raio de 10 mm e os outros de 5 mm, distanciados centro a centro por 12 mm (Figura 34 (b)).

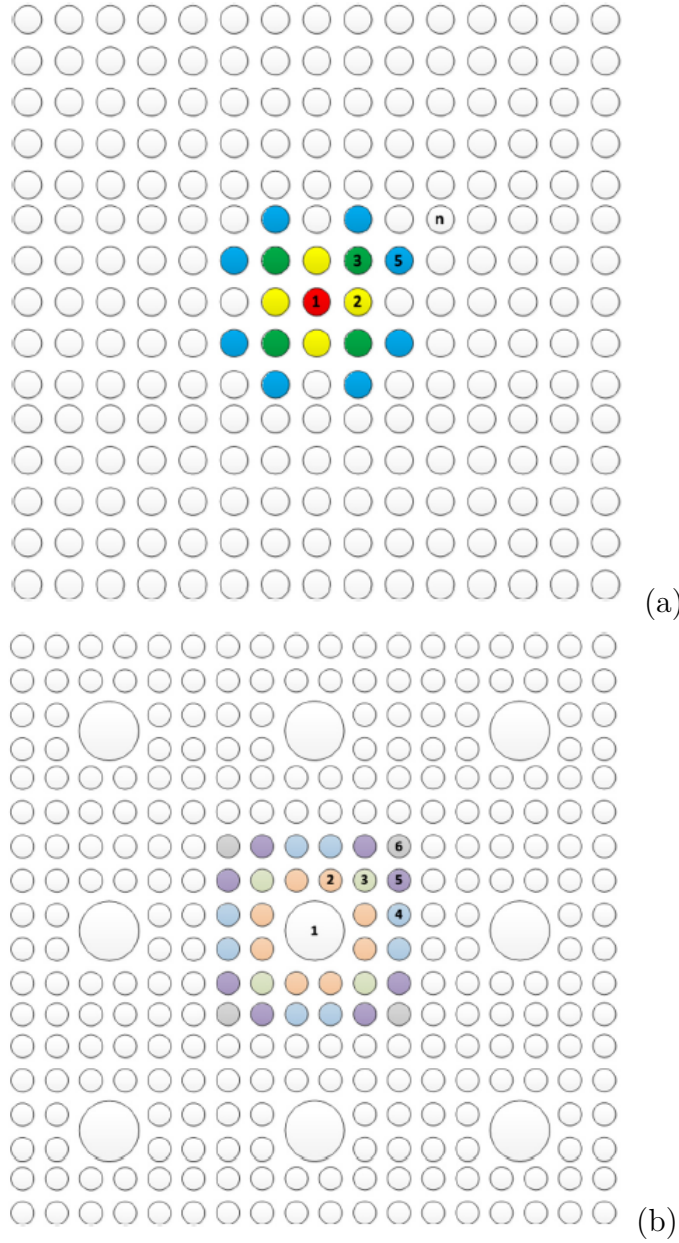


Figura 34 – Esquemas utilizados para organização das aletas de urânio. Em (a) geometria com cilindros de mesmo raio e em (b) geometria com cilindros variáveis (YANG et al., 2014)

O fator de forma analítico foi encontrado a partir das equações 6.1, 6.2 e 6.3.

$$F_{12} = 0.5 + \frac{R_2 - R_1}{2\pi R_1} \cos^{-1} \left[\frac{R_2 - R_1}{P_{12}} \right] - \frac{R_1 + R_2}{2\pi R_1} \sin^{-1} \left\{ \frac{[P_{12}^2 - (R_1 + R_2)^2]^{\frac{1}{2}}}{P_{12}} \right\} \quad (6.1)$$

$$+ \frac{1}{2\pi R_1} \left\{ [P_{12}^2 - (R_1 + R_2)^2]^{\frac{1}{2}} - [P_{12}^2 - (R_1 - R_2)^2]^{\frac{1}{2}} \right\}$$

$$F_{13} 4\pi R_1 = R_2 \left[\frac{-\pi}{2} + \sin^{-1} \left\{ \frac{[P_{12}^2 - (R_1 + R_2)^2]^{\frac{1}{2}}}{P_{12}} \right\} + \sin^{-1} \left\{ \frac{[P_{23}^2 - (R_2 + R_3)^2]^{\frac{1}{2}}}{P_{23}} \right\} \right] \quad (6.2)$$

$$\begin{aligned}
& +R_4 \left[\frac{-\pi}{2} + \sin^{-1} \left\{ \frac{[P_{34}^2 - (R_3 + R_4)^2]^{\frac{1}{2}}}{P_{34}} \right\} + \sin^{-1} \left\{ \frac{[P_{14}^2 - (R_1 + R_4)^2]^{\frac{1}{2}}}{P_{14}} \right\} \right] \\
& +R_1 \left[\frac{\pi}{2} + \sin^{-1} \left\{ \frac{[P_{12}^2 - (R_1 + R_2)^2]^{\frac{1}{2}}}{P_{12}} \right\} + \sin^{-1} \left\{ \frac{[P_{14}^2 - (R_1 + R_4)^2]^{\frac{1}{2}}}{P_{14}} \right\} \right] \\
& +R_3 \left[\frac{\pi}{2} + \sin^{-1} \left\{ \frac{[P_{23}^2 - (R_2 + R_3)^2]^{\frac{1}{2}}}{P_{23}} \right\} + \sin^{-1} \left\{ \frac{[P_{34}^2 - (R_3 + R_4)^2]^{\frac{1}{2}}}{P_{34}} \right\} \right] \\
& \quad -2(R_1 + R_3) \sin^{-1} \left(\frac{[P_{13}^2 - (R_1 + R_3)^2]^{\frac{1}{2}}}{P_{13}} \right) + 2\sqrt{P_{13}^2 - (R_1 + R_3)^2} \\
& -2\sqrt{P_{12}^2 - (R_1 + R_2)^2} - 2\sqrt{P_{23}^2 - (R_2 + R_3)^2} - 2\sqrt{P_{34}^2 - (R_3 + R_4)^2} - 2\sqrt{P_{14}^2 - (R_1 + R_4)^2}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
F_{15}4\pi R_1 = R_1 & \left[\frac{-\pi}{4} + \sin^{-1} \left(\frac{[P_{12}^2 - (R_1 + R_2)^2]^{\frac{1}{2}}}{P_{12}} \right) + \sin^{-1} \left(\frac{[P_{13}^2 - (R_1 + R_3)^2]^{\frac{1}{2}}}{P_{13}} \right) \right] (6.3) \\
& R_1 \left[-2 \sin^{-1} \left(\frac{[P_{15}^2 - (R_1 + R_5)^2]^{\frac{1}{2}}}{P_{15}} \right) \right] \\
& +R_3 \left[\frac{-\pi}{4} + \sin^{-1} \left(\frac{[P_{25}^2 - (R_2 + R_5)^2]^{\frac{1}{2}}}{P_{25}} \right) + \sin^{-1} \left(\frac{[P_{35}^2 - (R_3 + R_5)^2]^{\frac{1}{2}}}{P_{35}} \right) \right] \\
& R_3 \left[-2 \sin^{-1} \left(\frac{[P_{15}^2 - (R_1 + R_5)^2]^{\frac{1}{2}}}{P_{15}} \right) \right] \\
& -R_2 \left[\frac{\pi}{4} + \sin^{-1} \left(\frac{[P_{12}^2 - (R_1 + R_2)^2]^{\frac{1}{2}}}{P_{12}} \right) + \sin^{-1} \left(\frac{R_2 + R_5}{P_{25}} \right) \right] \\
& -R_3 \left[\frac{-\pi}{4} + \sin^{-1} \left(\frac{[P_{35}^2 - (R_3 + R_5)^2]^{\frac{1}{2}}}{P_{35}} \right) + \sin^{-1} \left(\frac{R_1 + R_3}{P_{13}} \right) \right] \\
& +2\sqrt{P_{15}^2 - (R_1 + R_5)^2} - \sqrt{P_{12}^2 - (R_1 + R_2)^2} - \sqrt{P_{25}^2 - (R_2 + R_5)^2} \\
& \quad -\sqrt{P_{35}^2 - (R_3 + R_5)^2} - \sqrt{P_{13}^2 - (R_1 + R_3)^2}
\end{aligned}$$

Para encontrar o fator de forma numérico, os autores partiram da Figura 35.

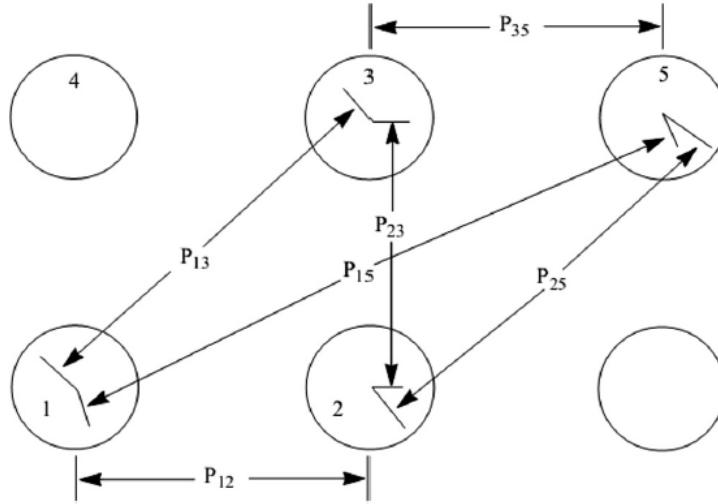


Figura 35 – Esquema utilizado para calcular numericamente o fator de forma entre as aletas combustíveis (YANG et al., 2014)

A quantidade de calor que deixa a aleta 1 pode ser expressa por:

$$Q_1 = \sum \epsilon \sigma T_1^4 A_1 F_{1i} N_1 - \sum \epsilon \sigma T_i^4 A_i F_{i1} N_i \quad (i = 2, 3, 5, n) \quad (6.4)$$

Pela relação de reciprocidade do fator de forma, temos que:

$$A_1 F_{1i} = A_i F_{i1} \quad (6.5)$$

Substituindo 6.5 em 6.4:

$$\frac{Q_1}{\epsilon \sigma A_1} = \sum (T_1^4 - T_i^4) N_i F_{1i} \quad (6.6)$$

Considerando $T_1 = T_3 = T_5 = T_n \neq T_2$, encontra-se a fórmula numérica para o cálculo do fator de forma:

$$F_{12} = \frac{Q_1}{\epsilon \sigma A_1 N_2 (T_1^4 - T_2^4)} \quad (6.7)$$

Onde, ϵ é a emissividade da superfície, σ é a constante de Stefan-Boltzmann, A_i é a área da aleta emissora, N é a quantidade de aletas que recebe a radiação térmica e T_i é a temperatura da vareta. As outras relações para os demais fatores de forma, são obtidos de maneira semelhante.

A equação 6.7 foi implementada por Yang et al. (2014) no software CFD para resolver numericamente o problema do fator de forma. Os métodos utilizados pelos autores foram dois: *Discrete Transfer Model (DTRM)* e *Discrete Ordinates Model (DO)*. Abordando as situações da Figura 34, foram criadas três tipos de discretização: 60.000, 130.000 e 200.000 elementos. A superfície da haste foi tratada como um corpo negro, cuja taxa de absorção é 1. Os resultados obtidos no artigo estão expostos nas Tabelas 11 e 12.

Tabela 11 – Fatores de forma teórico e numérico considerando a situação da Figura 36 (a) (YANG et al., 2014).

Fator de forma	Teórico	Método DO (CFD)	Método DTRM (CFD)
F_{12}	0,12997	0,1244	0,12895
F_{13}	0.08659	0,07241	0,08915
F_{15}	0.01270	0,02659	0,01353

Para o segundo caso os autores optaram por utilizar apenas o método DTRM, uma vez que esse teve resultados mais aproximados dos valores teóricos.

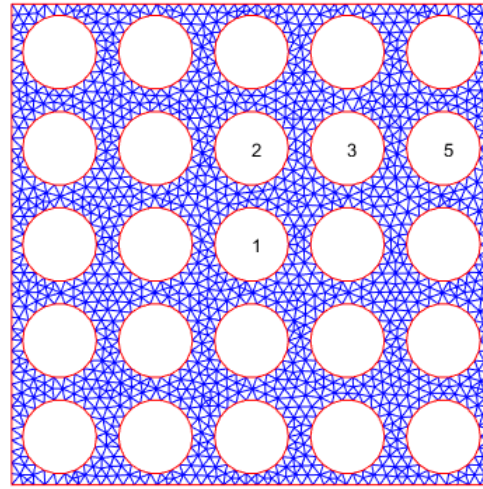
Tabela 12 – Fatores de forma considerando a geometria da Figura 36 (b), método de DTRM (YANG et al., 2014).

Fator de forma	DTRM (CFD) (YANG et al., 2014)
F_{12}	0,7297
F_{13}	0.1904
F_{14}	0.0397
F_{15}	0.0397
F_{16}	0.0

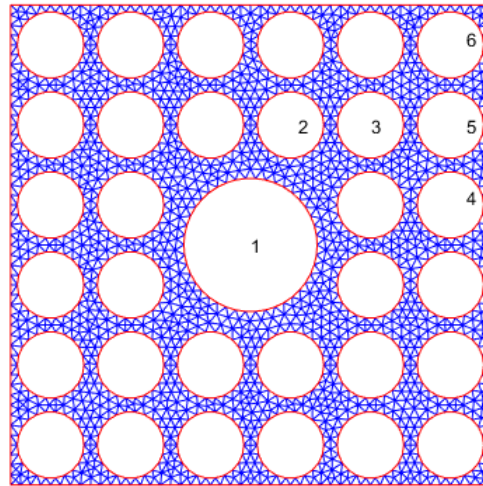
Relembrando do método proposto neste trabalho que foi apresentado no Capítulo 4, tem-se como princípio: a construção da geometria para a leitura nas rotinas computacionais e a utilização das próprias funções criadas para o cálculo numérico do fator de forma.

A construção da geometria tanto para o caso de diâmetros da haste constantes como para o variável ocorreu no ambiente *Gambit* como para todos os exemplos já descritos em 4. Assim como os autores fizeram, também foram utilizadas três tipos de discretização: tamanho médio dos elementos de 1.5, 1.0 e 0.5. O resultado das geometrias (malhas com espaçamento de 1.5 entre os elementos) plotadas pelo *Matlab* se encontra na Figura 36.

É interessante explicar que foi modelada apenas a área da geometria utilizada por Yang et al. (2014) e não o tamanho todo de 15 x 15 de conjunto de hastes para combustível. No entanto, ainda foram mantidos os espaçamento entre os centros dos cilindros de 13 mm para a geometria presente na Figura 36(a) e de 12 mm para os cilindros da Figura 36(b), ambas as Figuras possuem o raio de 5 mm, exceto o cilindro maior da Figura 36(b) que possui raio de 10 mm.



(a)



(b)

Figura 36 – Malhas utilizadas na simulação numérica considerando (a) hastes com diâmetro constante e (b) hastes com tamanho variável

A etapa seguinte foi inserir as informações de malha para o cálculo numérico do fator de forma pela função `fator_forma_2D_obs` (C.2). No caso o contorno 1 foi considerado sempre como `cont_1` e superfície emissora(i). A superfície receptora (j) foi alterada podendo ser o contorno 2 e 3 (cilindros com diâmetro constante) e 2, 3, 4, 5, 6 (cilindros com diâmetro variável). Os resultados obtidos por Yang et al. (2014) (analítico e numérico) e pelo método do presente trabalho estão dispostos nas Tabelas 13, 14, 15, 16, 17 e 18. Os resultados do método DO (CFD) não foram considerados para comparação pela discrepância observada por Yang et al. (2014). Outro ponto interessante a ser abordado é que foi utilizado o princípio da simetria (explicado na seção 3.2) para o cálculo do fator de forma. A simetria pode ser observada na Figura 34 e foi adotada pelos autores e para este trabalho. O algoritmo que calcula o fator de forma final está presente em C.4.

No caso da simulação envolvendo cilindros com diâmetro constante os resultados para F_{12} e F_{13} foram próximos dos valores analíticos e numéricos desenvolvidos por Yang et al. (2014). O erro do método proposto foi menor que 1%, estando entre 0.016 e 0.762, sendo que quando a malha possui comprimento médio dos segmentos de 0.5 mm o erro para as duas situações é menor que 0.1%. As Tabelas 13, 14, 15 mostram os resultados obtidos.

Tabela 13 – Resultados do método proposto aplicado a geometria da Figura 36 (a) utilizando segmentos médios de tamanho 1.5 mm

F_{ij}	Analítico	DTRM	Erro(%)	Mét.Proposto	Erro(%)
F_{12}	0.12997	0.1289	0.782	0.12898	0.762
F_{13}	0.08659	0.0892	2.957	0.08686	0.315

Tabela 14 – Resultados do método proposto aplicado a geometria da Figura 36 (a) utilizando segmentos médios de tamanho 1 mm

F_{ij}	Analítico	DTRM	Erro(%)	Mét.Proposto	Erro(%)
F_{12}	0.12997	0.1289	0.782	0.12953	0.338
F_{13}	0.08659	0.0892	2.957	0.08656	0.031

Tabela 15 – Resultados do método proposto aplicado a geometria da Figura 36 (a) utilizando segmentos médios de tamanho 0.5 mm

F_{ij}	Analítico	DTRM	Erro(%)	Mét.Proposto	Erro(%)
F_{12}	0.12997	0.1289	0.782	0.12985	0.092
F_{13}	0.08659	0.0892	2.957	0.08676	0.016

Ao término das simulações tem-se a Figura 37 que mostra todos os vetores \vec{r} que saem dos segmentos do contorno 1. Pode-se observar os segmentos que não recebem radiação e entender o porque de F_{12} ser maior que F_{13} , F_{13} possui segmentos obstruídos por F_{12} .

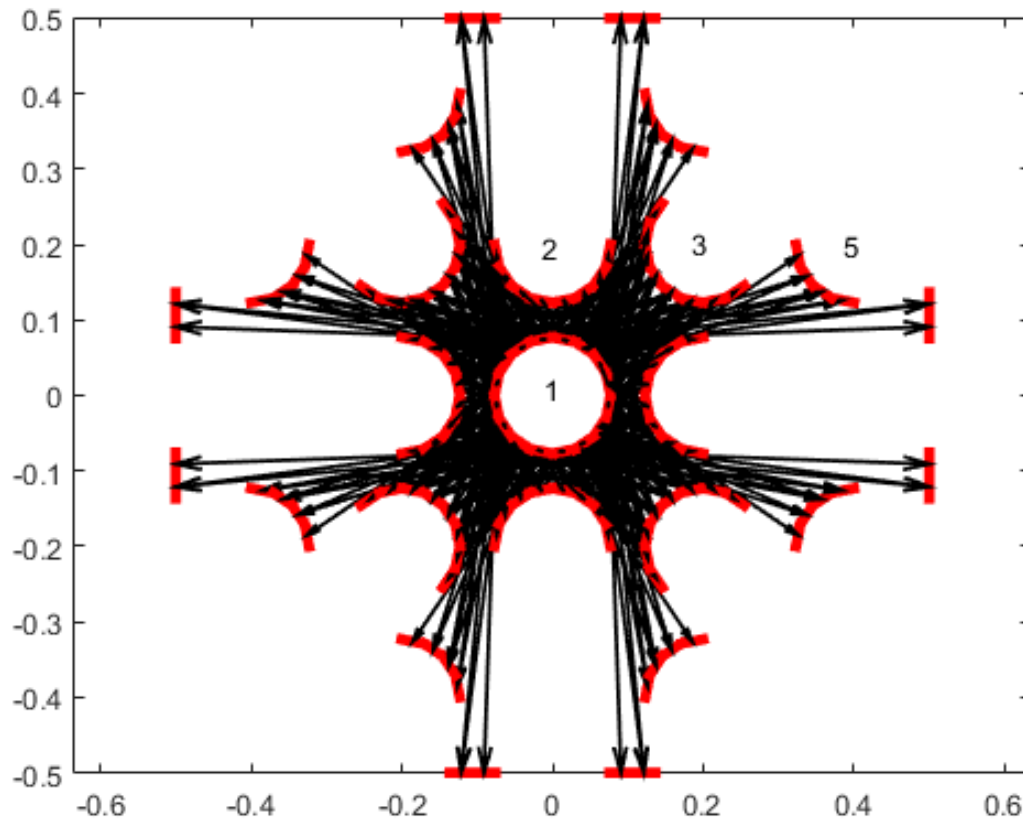


Figura 37 – Representação gráfica dos vetores envolvidos no cálculo do fator de forma, considerando todos os segmentos do contorno emitindo radiação simultaneamente - cilindros de diâmetro constante.

As Tabelas 16, 17 e 18 mostram os resultados da simulação que envolvem cilindros com diâmetro variável. Para esse caso foi considerada para comparação a diferença entre os resultados numéricos do método DTRM (CFD) e do método proposto. Observa-se que os valores novamente são próximos dos encontrados por Yang et al. (2014).

Tabela 16 – Resultados do método proposto aplicado a geometria da Figura 36 (b) utilizando segmentos médios de tamanho 1.5 mm.

Fator de forma	DTRM (CFD) (YANG et al., 2014)	Método Proposto	Diferença(%)
F_{12}	0,7297	0.7176	1,6541
F_{13}	0.1904	0.1932	1,4811
F_{14}	0.0397	0.00398	0.0731
F_{15}	0.0397	0.0391	1.4030
F_{16}	0.0	0,0	0
Σ	0.9995	0,9897	0.9775

Tabela 17 – Resultados do método proposto aplicado a geometria da Figura 36 (b) utilizando segmentos médios de tamanho 1 mm

Fator de forma	DTRM (CFD) (YANG et al., 2014)	Método Proposto	Diferença(%)
F_{12}	0,7297	0.7187	1,4949
F_{13}	0.1904	0.1935	1,6492
F_{14}	0.0397	0.04284	7.9068
F_{15}	0.0397	0.0324	18.5110
F_{16}	0.0	0,0	0
Σ	0.9995	0,9875	1,2006

Tabela 18 – Resultados do método proposto aplicado a geometria da Figura 36 (b) utilizando segmentos médios de tamanho 0.5 mm

Fator de forma	DTRM (CFD) (YANG et al., 2014)	Método Proposto	Diferença(%)
F_{12}	0,7297	0.7201	1,3210
F_{13}	0.1904	0.1942	1.9850
F_{14}	0.0397	0.0396	0.2770
F_{15}	0.0397	0.0339	14.3703
F_{16}	0.0	0,0	0
Σ	0.9995	0,9878	1,1626

Analisando os resultados da simulação para esse caso a discrepância aumentou, porém os resultados continuam satisfatórios. A diferença entre os métodos pode ter aumentado por algum erro nas simulações numéricas de Yang et al. (2014). Afinal, lembrando dos resultado de simulação do caso para cilindros constantes, percebe-se que o método proposto no presente trabalho trouxe resultados mais aproximados do analítico do que a própria simulação dos autores.

A Figura 38 explica graficamente o que acontece quando se avalia o fator de forma com efeitos de sombra, ela mostra todos os vetores \vec{r} que saem dos segmentos do contorno 1 e atingem os demais contornos. Analisando tal Figura percebe-se o porque da diminuição do valor do fator de forma a medida em que os segmentos ficam mais distantes dos segmentos do contorno 1, o que ocorre pelo fato dos segmentos mais próximos do contorno 1 fazerem sombra nos mais distantes e funcionarem como um obstáculo para a radiação. O caso de F_{16} pode ser observado e entendido pela análise da Figura 38 uma vez que esta mostra que o cilindro 6 não recebe nenhum vetor emitido pelo cilindro 1.

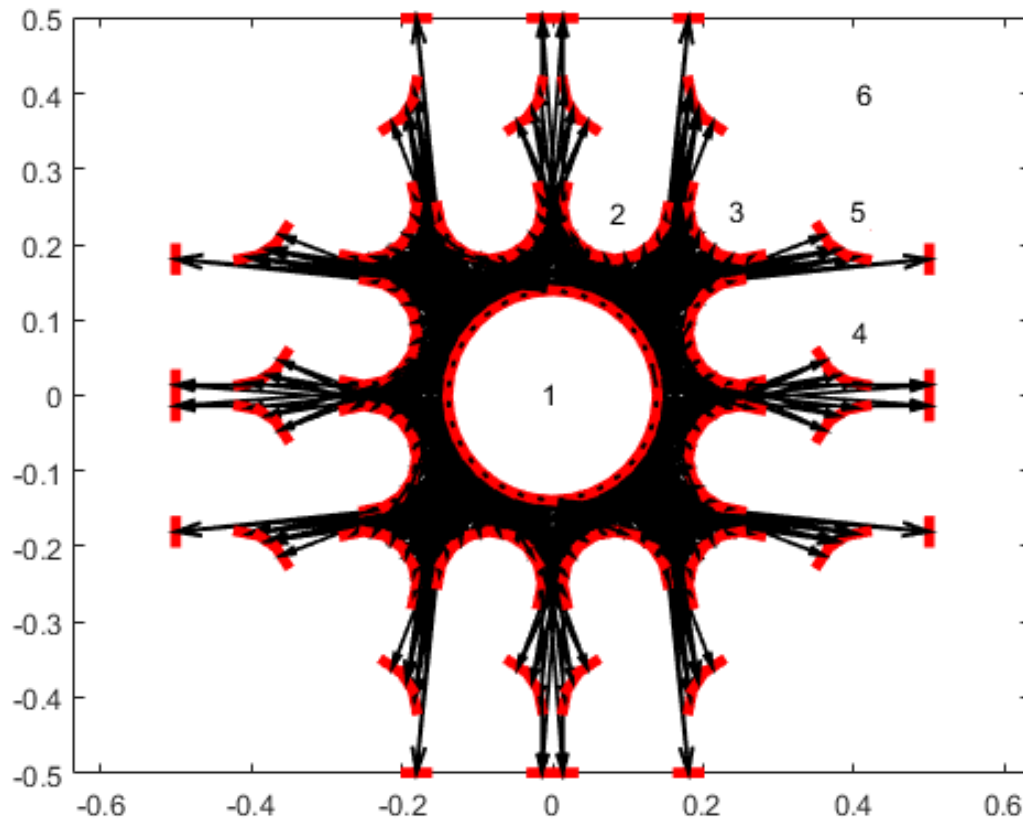


Figura 38 – Representação gráfica dos vetores envolvidos no cálculo do fator de forma, considerando todos os segmentos do contorno emitindo radiação simultaneamente - cilindros de diâmetro variável.

Analisando os resultados do artigo de referência com o do método proposto no presente trabalho e as Figuras 37 e 38, percebe-se que a rotina computacional apresentada está funcionando de forma satisfatória. Os resultados do método aqui proposto se aproximam dos valores analíticos e numéricos de [Yang et al. \(2014\)](#), mantendo o nível de menos que 2 % de erro.

Um ponto que deve ser observado é que o fator de forma calculado por [Yang et al. \(2014\)](#) está dependente da temperatura de superfície das hastes, não sendo, nesse caso de teste, um parâmetro apenas geométrico. Este fato contraria a teoria apresentada por [Çengel e Ghajar \(2012\)](#), [Modest \(2003\)](#) dentre outros autores que afirmam e mostraram matematicamente que o fator de forma é um parâmetro essencialmente geométrico. O fato de [Yang et al. \(2014\)](#) não ter obedecido esse princípio prejudicou os resultados finais obtidos pelos autores, principalmente no segundo caso quando os cilindros possuem o diâmetro variável.

7 Conclusões

O fator de forma é uma ferramenta importante para os estudos que envolvem radiação térmica. A obtenção deste parâmetro possibilita quantificar a fração de energia que sai de uma superfície e atinge uma segunda superfície. Os estudos que envolvem o cálculo do fator de forma se tornam complicados quando geometrias complexas são envolvidas no problema, não sendo viável a obtenção deste parâmetro por meio de soluções analíticas. A resolução dessa questão é possível quando se insere ferramentas do cálculo numérico na equação do fator de forma.

O presente trabalho propôs uma metodologia numérica implementada na plataforma *Matlab R10*, com o objetivo de se calcular numericamente o fator de forma para geometrias simples desconsiderando efeitos de sombra e, geometrias submetidas aos efeitos de sombra. Para o caso de geometrias simples, onde não se considera os efeitos de sombra, os estudos foram realizados no ambiente 2D (placas infinitamente longas) e 3D (placas finitas) sendo tratada a situação em que as placas estão paralelas e perpendiculares entre si. Em todos os casos seguiu-se uma lógica computacional que se iniciou com o desenho das geometrias no software *Gambit* e posterior leitura da malha obtida pelo *Matlab*, criação de uma função que calculasse o vetor normal de cada elemento da superfície em análise e ainda, a área desses elementos, sendo implementada por fim, uma rotina que a partir dos dados obtidos anteriormente, calculasse o fator de forma entre duas superfícies.

Com os valores numéricos obtidos, foi possível comparar os resultados numéricos com os analíticos. De uma forma geral, analisando-se os resultados das tabelas do Capítulo 5, percebe-se que quando se aumentou o número de elementos da malha, o valor numérico do fator de forma se aproximou do valor analítico, reduzindo o erro associado e elevando o tempo computacional. A análise desses resultados permite concluir que a metodologia proposta para o cálculo do fator de forma é adequada e traz valores bastante próximos dos analíticos, porém quanto mais aproximado esse valor é, maior é o tempo computacional para se obtê-lo.

O estudo do fator de forma considerando efeitos de sombra foi realizado na geometria de dois cilindros concêntricos infinitamente longos no espaço bidimensional. Para este caso, variou-se o valor do raio do cilindro interno, mantendo-se o valor do raio externo fixo. Para tal análise, seguiu-se os mesmos passos das anteriores e uma rotina similar a do fator de forma para o ambiente 2D foi utilizada. Para contabilizar os efeitos de sombra foi implementada uma função que verificasse quais segmentos de um contorno são ou não obstruídos, essa função foi acrescentada na rotina do fator de forma para geometrias bidimensionais e o fator de forma foi calculado. Analisando-se os resultados da seção 5.5,

percebe-se novamente a convergência do fator de forma numérico para o analítico a medida em que a malha é refinada. A análise do tempo computacional mostra que quando se considera os efeitos de sombra, a obtenção do fator de forma numérico se dá em um tempo mais elevado do que quando se desconsidera tal situação.

O trabalho foi finalizado com o Capítulo 6 que teve o objetivo de validar o método proposto. Neste Capítulo foi apresentado o artigo de [Yang et al. \(2014\)](#) publicado na revista internacional *Annals of Nuclear Energy*, os autores calcularam o fator de forma analítico e numérico entre aletas de combustível nuclear. O método proposto no presente trabalho foi aplicado às situações de transferência de calor por radiação expostas pelos autores. Os resultados obtidos foram satisfatórios, ficando bastante aproximado do valor analítico, mais até do que os resultados do método numérico utilizado pelos próprios autores.

O cálculo numérico do fator de forma considerando efeitos de sombra foi realizado para geometrias bidimensionais. Dada a importância da determinação desse parâmetro no contexto da transferência de calor por radiação é necessário que trabalhos futuros sejam realizados nessa área com o objetivo de determinar o fator de forma com efeitos de sombra para geometrias tridimensionais, e ainda estudos que otimizem a determinação desse parâmetro visando reduzir o tempo computacional dos cálculos a medida que se refina a malha e as situações se tornam mais complexas.

Referências

- AZEVEDO, Á. F. Método dos elementos finitos. *Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto*, v. 1, 2003. Citado na página 39.
- BAO, C.; CAI, N.; CROISSET, E. An analytical model of view factors for radiation heat transfer in planar and tubular solid oxide fuel cells. *Journal of Power Sources*, v. 196, n. 6, p. 3223–3232, mar. 2011. ISSN 0378-7753. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0378775310021191>>. Citado na página 21.
- BURDEN, R. L.; FAIRES, J. D.; TASKS, A. *Análise numérica*. [S.l.]: Cengage Learning, 2008. Citado na página 39.
- CAMPOS, R. M. Simulação da transferência de calor em processos de soldagem 3d utilizando o método dos elementos de contorno. 2012. Citado na página 39.
- ÇENGEL, Y. A.; GHAJAR, A. J. *Transferência de Calor e Massa: uma abordagem prática*. [S.l.]: Mc Graw Hill & bookman, 2012. Citado 17 vezes nas páginas 11, 21, 24, 25, 26, 28, 29, 30, 31, 32, 33, 34, 35, 37, 63, 64 e 80.
- GOLDEMBERG, J. A. Biomassa e energia. *Quimica Nova*, scielo, v. 32, p. 582 – 587, 00 2009. ISSN 0100-4042. Disponível em: <http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0100-40422009000300004&nrm=iso>. Citado na página 21.
- HOWELL, J. R.; MENGÜÇ, M. P. Radiative transfer configuration factor catalog: A listing of relations for common geometries. *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer*, v. 112, n. 5, p. 910 – 912, 2011. ISSN 0022-4073. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0022407310003766>>. Citado na página 33.
- INCROPERA, F. P. *Fundamentals of heat and mass transfer*. [S.l.]: John Wiley & Sons, 2011. Citado 7 vezes nas páginas 21, 24, 27, 28, 30, 33 e 37.
- JOY, K. Determination of radiative view factor without considering the shadowing effect. *Int J Adv Engg Tech/Vol. V/Issue II/April-June*, v. 91, p. 95, 2014. Citado na página 33.
- JUNIOR, C. R. M. *Geração de malhas para domínios 2, 5 dimensionais usando triangulação de delaunay restrita*. Tese (Doutorado) — UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA, 2001. Citado 2 vezes nas páginas 11 e 38.
- KREITH, F.; MANGLIK, R.; BOHN, M. *Principles of heat transfer*. [S.l.]: Cengage learning, 2010. Citado 4 vezes nas páginas 11, 21, 31 e 32.
- MARTÍNEZ, I. *Radiative View Factors*. 2015. Citado 3 vezes nas páginas 11, 36 e 66.
- MAZUMDER, S.; RAVISHANKAR, M. General procedure for calculation of diffuse view factors between arbitrary planar polygons. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, v. 55, n. 23–24, p. 7330 – 7335, 2012. ISSN 0017-9310. Disponível em:

- <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0017931012006023>>. Citado 2 vezes nas páginas 61 e 62.
- MODEST, M. F. Chapter 4 - view factors. In: MODEST, M. F. (Ed.). *Radiative Heat Transfer (Second Edition)*. Second edition. Burlington: Academic Press, 2003. p. 131 – 161. ISBN 978-0-12-503163-9. Disponível em: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/B9780125031639500059>>. Citado 6 vezes nas páginas 11, 25, 26, 27, 37 e 80.
- MOREIRA, J. R. S. *PME – 2361 Processos de Transferência de Calor*. 2014. Apostila. Citado na página 24.
- QUITES, E. E. C.; LIA, L. R. B. *Introdução à transferência de calor*. Unisanta, 2005. Disponível em: <http://media.ilang.com/PAT/Upload/686263/APOSTILA-TRANSFERENCIA-DE-CALOR.pdf>>. Citado 2 vezes nas páginas 21 e 24.
- REIS, M. V. F. dos. *Simulação Numérica da Transferência de Calor em Problemas Radiativos-Conduativos*. Tese (Doutorado) — UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA, 2001. Citado 3 vezes nas páginas 33, 38 e 39.
- SILLION, F.; PUECH, C. A general two-pass method integrating specular and diffuse reflection. In: ACM. *ACM SIGGRAPH Computer Graphics*. [S.l.], 1989. v. 23, n. 3, p. 335–344. Citado na página 39.
- STRANG, G. *Álgebra linear e suas aplicações*. [S.l.]: Cengage Learning, 2010. Citado na página 46.
- TEAM, G. 2.2, *Tutorial Guide, Fluentt Incorporated, Lebanon, 2004*. 2004. Citado na página 44.
- UPADHYA, G. K. et al. Modelling the investment casting process: a novel approach for view factor calculations and defect prediction. *Applied mathematical modelling*, v. 19, n. 6, p. 354–362, 1995. Disponível em: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0307904X9590001O>>. Citado na página 21.
- WALTON, G. N. *Calculation of obstructed view factors by adaptive integration*. [S.l.]: Citeseer, 2002. Citado 5 vezes nas páginas 11, 39, 41, 42 e 43.
- YANG, L. et al. Calculation of radiation heat transfer view factors among fuel rod bundles based on cfd method. *Annals of Nuclear Energy*, 2014. Disponível em: <http://www.sciencedirect.com/science/journal/03064549>>. Citado 12 vezes nas páginas 12, 13, 71, 72, 74, 75, 76, 77, 78, 79, 80 e 82.

Apêndices

APÊNDICE A – Cálculo numérico do fator de forma em ambiente tridimensional

Este apêndice apresenta as rotinas computacionais implementadas para o cálculo numérico do fator de forma entre geometrias com três dimensões.

A.1 Função `calculo_normal`

Está é a função que calcula o vetor normal e a área referente a cada elemento de superfícies da geometria 3D.

```
function [vn_ux,vn_uy,vn_uz,Area,Xo,Yo,Zo] = calculo_normal(P,no_bc)
```

```
X=P(:,1);
```

```
Y=P(:,2);
```

```
Z=P(:,3);
```

```
X1=X(no_bc(:,1));
```

```
X2=X(no_bc(:,2));
```

```
X3=X(no_bc(:,3));
```

```
Y1=Y(no_bc(:,1));
```

```
Y2=Y(no_bc(:,2));
```

```
Y3=Y(no_bc(:,3));
```

```
Z1=Z(no_bc(:,1));
```

```
Z2=Z(no_bc(:,2));
```

```
Z3=Z(no_bc(:,3));
```

```
Xo=(X1+X2+X3)/3;
```

```
Yo=(Y1+Y2+Y3)/3;
```

```
Zo=(Z1+Z2+Z3)/3;
```

```
vn=[ ((Y2 - Yo).*(Z3 - Zo)) - ((Y3 - Yo).*(Z2 - Zo)), ((X3 - Xo).*(Z2 - Zo)) - ((X2 - Xo).*(Z3 - Zo)), ((X2 - Xo).*(Y3 - Yo)) - ((X3 - Xo).*(Y2 - Yo))];
```

```
norm_vn = (vn(:,1)).^2 + vn(:,2).^2 + vn(:,3).^2).^0,5;
```



```

vn_ux=vn(:,1)./norm_vn;
vn_uy=vn(:,2)./norm_vn;
vn_uz=vn(:,3)./norm_vn;

```

```

Area= norm_vn* 3/2;

```

```

end

```

A.2 Função fator_forma_3D

```

% Esta função faz o cálculo do fator de forma entre duas superfícies
% As entradas são:
% n_cont1 é o vetor que armazena os elementos do contorno1
% n_cont2 é o vetor que armazena os elementos do contorno2
% P é o vetor de coordenadas X e Y
% A saída é:
% O Fator de forma da superfície 1 para a superfície 2

```

```

function [FatorS] = fator_forma_3D(n_cont1,n_cont2,P)

```

```

[n1x,n1y,n1z,Area1,Xo1,Yo1,Zo1] = calculo_normal(P,n_cont1);
[n2x,n2y,n2z,Area2,Xo2,Yo2,Zo2] = calculo_normal(P,n_cont2);

```

```

Fator=zeros(length(Xo1),length(Xo2));
for i=1:length(Xo1)

```

```

    for j=1:length(Xo2)

```

```

        rx=Xo2(j)-Xo1(i);
        ry=Yo2(j)-Yo1(i);
        rz=Zo2(j)-Zo1(i);
        Fator(i,j) = Area1(i).*Area2(j).*((rx.*
            n1x(i)+ry.*n1y(i)+rz.*n1z(i).*
            (rx.*n2x(j)+ry.*n2y(j)+rz.*
            n2z(j))))./((rx.*rx+ry.*ry+
            rz.*rz)^2);

```

```

    end

```

```

end

```

```
FatorS = -(1/(sum(Area1) * pi)). * sum(sum(Fator));
end
```

A.3 Algoritmo que mostra os resultados para o fator de forma entre geometrias 3D

```
clc,clear all, close all,format short e

[P,T,E,SAIDA,Contorno,Material]=read__mesh3D__3ELE('cubo__malha1.neu');

[P,T,E,SAIDA,Contorno,Material]]=read__mesh3D__3ELE('cubo__malha2.neu');

[P,T,E,SAIDA,Contorno,Material]=read__mesh3D__3ELE('cubo__malha3.neu');

figure(1)
trep = triangulation(T, P);
[tri xf] = freeBoundary(trep);
trisurf(tri,xf(:,1),xf(:,2),xf(:,3),'FaceColor', 'cyan'),axis
equal,xlabel('x'),ylabel('y'),zlabel('z')%,shading flat;%shading interp

lado1=unique(Contorno(1).N__CC);
lado2=unique(Contorno(2).N__CC);
lado3=unique(Contorno(3).N__CC);
lado4=unique(Contorno(4).N__CC);
lado5=unique(Contorno(5).N__CC);
lado6=unique(Contorno(6).N__CC);

plot3(P(lado1,1),P(lado1,2),P(lado1,3),'o',P(lado2,1),P(lado2,2),P(lado2,3),
'p',P(lado3,1),P(lado3,2),P(lado3,3),'s',P(lado4,1),P(lado4,2),P(lado4,3),'+')
figure(2),title('13')
plot3(P(lado1,1),P(lado1,2),P(lado1,3),'o',P(lado3,1),P(lado3,2),P(lado3,3),'s')

xlabel('x'),ylabel('y'),zlabel('z'),axis equal

figure(3),title('14')
plot3(P(lado1,1),P(lado1,2),P(lado1,3),'o',P(lado4,1),P(lado4,2),P(lado4,3),'s')

xlabel('x'),ylabel('y'),zlabel('z'),axis equal
```

```

[n1x,n1y,n1z,Area1,Xo1,Yo1,Zo1] = calculo_normal(P,Contorno(1).N_CC);
[n2x,n2y,n2z,Area2,Xo2,Yo2,Zo2] = calculo_normal(P,Contorno(2).N_CC);
[n3x,n3y,n3z,Area3,Xo3,Yo3,Zo3]= calculo_normal(P,Contorno(3).N_CC);
[n4x,n4y,n4z,Area4,Xo4,Yo4,Zo4] = calculo_normal(P,Contorno(4).N_CC);
[n5x,n5y,n5z,Area5,Xo5,Yo5,Zo5] = calculo_normal(P,Contorno(5).N_CC);
[n6x,n6y,n6z,Area6,Xo6,Yo6,Zo6] = calculo_normal(P,Contorno(6).N_CC);

%sum(Area1)
%X=P(:,1);
%Y=P(:,2);
%Z=P(:,3);

figure(3)
for i=1:length(Xo1)
hold off
nS=[Xo6-Xo1(i),Yo6-Yo1(i),Zo6-Zo1(i)];
nSo=[0*Xo6+Xo1(i),0*Yo6+Yo1(i),0*Zo6+Zo1(i)];
quiver3(Xo1,Yo1,Zo1,-n1x,-n1y,-n1z);hold on
quiver3(Xo6,Yo6,Zo6,-n6x,-n6y,-n6z);hold on
quiver3(nSo(:,1),nSo(:,2),nSo(:,3),nS(:,1),nS(:,2),nS(:,3),1);hold on
plot3(Xo1,Yo1,Zo1,'o');hold on
plot3
([X(Contorno(1).N_CC(i,1)) X(Contorno(1).N_CC(i,2)) X(Contorno(1).N_CC(i,3))
  X(Contorno(1).N_CC(i,1))],...
[Y(Contorno(1).N_CC(i,1)) Y(Contorno(1).N_CC(i,2)) Y(Contorno(1).N_CC(i,3))
  Y(Contorno(1).N_CC(i,1))],...
[Z(Contorno(1).N_CC(i,1)) Z(Contorno(1).N_CC(i,2)) Z(Contorno(1).N_CC(i,3))
  Z(Contorno(1).N_CC(i,1))],'-')
view(60,30)
pause(0.2)
end

[Fator13] = fator_forma_3D(Contorno(1).N_CC,Contorno(3).N_CC,P)
[Fator14] = fator_forma_3D(Contorno(1).N_CC,Contorno(4).N_CC,P)

```

APÊNDICE B – Cálculo numérico do Fator de forma entre geometrias bidimensionais

Este Capítulo traz as rotinas utilizadas para calcular o fator de forma entre elementos bidimensionais.

B.1 Função `calculo_normal2D`

```
function [vnu_x,vnu_y,Area,Xo,Yo] = calculo_normal2D(P,no_bc)

P=P';

X=P(:,1); X1=X(no_bc(:,1)); X2=X(no_bc(:,2)); Xo=(X1+X2)/2;
Y=P(:,2); Y1=Y(no_bc(:,1)); Y2=Y(no_bc(:,2)); Yo=(Y1+Y2)/2;

vn=[Y2-Y1,-(X2-X1)];
norm_vn = (vn(:,1).^2 + vn(:,2).^2).^0.5;

vnu_x=vn(:,1)./norm_vn;
vnu_y=vn(:,2)./norm_vn;

Area= norm_vn; end
```

B.2 Função `fator_forma_2D`

```
%Esta função faz o cálculo do fator de forma entre duas superfícies
%As entradas são:
%n_cont1 é o vetor que armazena os segmentos do contorno1
%n_cont2 é o vetor que armazena os segmentos do contorno2
%P é o vetor de coordenadas X e Y
%A saída é:
%O Fator de forma da superfície 1 para a superfície 2
function[FatorS] = fator_forma_2D(n_cont1,n_cont2,P)

[n1x,n1y,Area1,Xo1,Yo1] = calculo_normal2D(P,n_cont1);% i
[n2x,n2y,Area2,Xo2,Yo2] = calculo_normal2D(P,n_cont2);% j
```

```
dz=0.001;
Area1=Area1*dz;
Area2=Area2*dz;
z=dz/2;
FatorS=0;
for k=1:20000

    Fator=zeros(length(Xo1),length(Xo2));
    for i=1:length(Xo1)

        for j=1:length(Xo2)

            rx=Xo2(j)-Xo1(i);
            ry=Yo2(j)-Yo1(i);
            rm=(rx^2+ry^2)^0.5;
            cos_g1=(rx.*n1x(i)+ry.*n1y(i))/rm;

            cos_g2=(rx.*n2x(j)+ry.*n2y(j))/rm;

            Fator(i,j)=(rm^2)*Area1(i).*Area2(j)
                .*(cos_g1.*cos_g2)./((rm.^2+z^2)^2);

        end

    end

    FatorS=-(1/(sum(Area1)*pi)).*sum(sum(Fator))+FatorS;

    z=z+dz; end

FatorS=FatorS*2;

end
```

B.3 Algoritmo que mostra os resultados para o fator de forma entre geometrias bidimensionais sem considerar efeitos de sombra

clc,clear all, close all,format short e

```
[P,E,T,SAIDA,Contorno,Material]=read_mesh2D_ELE('placas_infinitas.neu');
```

```
[P,E,T,SAIDA,Contorno,Material]=read_mesh2D_ELE('placas_infinitasmalha1.neu');
```

```
[P,E,T,SAIDA,Contorno,Material]=read_mesh2D_ELE('placas_infinitasmalha2.neu');
```

```
figure(1),pdemesh(P,E,T),axis equal,
text(0.,-0.58,'lado1')
text(0.53,0,'lado2')
text(0.,0.53,'lado3')
text(-0.6,0,'lado4')
```

```
lado1=unique(Contorno(1).N_CC);
lado2=unique(Contorno(2).N_CC);
lado3=unique(Contorno(3).N_CC);
lado4=unique(Contorno(4).N_CC);
```

```
[n1x,n1y,Area1,Xo1,Yo1] = calculo_normal2D(P,Contorno(1).N_CC);
[n2x,n2y,Area2,Xo2,Yo2] = calculo_normal2D(P,Contorno(2).N_CC);
[n3x,n3y,Area3,Xo3,Yo3] = calculo_normal2D(P,Contorno(3).N_CC);
[n4x,n4y,Area4,Xo4,Yo4] = calculo_normal2D(P,Contorno(4).N_CC);
```

```
figure(3) for i=1:length(Xo1)
hold off
nS=[Xo3-Xo1(i),Yo3-Yo1(i)];
nSo=[0*Xo3+Xo1(i),0*Yo3+Yo1(i)];
quiver(Xo1,Yo1,-n1x,-n1y);hold on
quiver(Xo3,Yo3,-n3x,-n3y);hold on
quiver(nSo(:,1),nSo(:,2),nS(:,1),nS(:,2),1);hold on
view(0,90)
pause(0.2)
end
figure(4)
for i=1:length(Xo1)
hold off
nS=[Xo4-Xo1(i),Yo4-Yo1(i)];
nSo=[0*Xo4+Xo1(i),0*Yo4+Yo1(i)];
quiver(Xo1,Yo1,-n1x,-n1y);hold on
quiver(Xo4,Yo4,-n4x,-n4y);hold on
quiver(nSo(:,1),nSo(:,2),nS(:,1),nS(:,2),1);hold on
```

```
view(0,90)
pause(0.2)
end

tic
[Fator__paralelas__num] = fator_forma_2D(Contorno(1).N_CC, Contorno(3).N_CC,P)
toc
L=1; wi=1;wj=1; Wi=wi/L; Wj=wj/L;
Fator__paralelas__ana=((((Wi+Wj)^2+4)^0.5-((Wj-Wi)^2+4)^0.5)/(2*Wi)
tic
[Fator__perpendicular__num] = fator_forma_2D(Contorno(1).N_CC, Contorno(2).N_CC,P)
toc
Fator__perpendicular__ana=1-sind(90/2)
```

APÊNDICE C – Cálculo numérico do fator de forma considerando efeitos de sombra - geometria 2D

Este capítulo expõe as funções que calculam o fator de forma quando ocorre o fenômeno da obstrução.

C.1 Função contorno_radiação

Essa função é responsável por definir quais segmentos de um contorno estão ou não obstruídos.

```
function [obs,nobs,rxm,rym,mod_rm,Xbcm,Ybcm] = contorno_radiao(P,E,no_ref)
```

```
X=P(1,:);
```

```
Y=P(2,:);
```

```
Xbc1=X(E(1,:)); Xbc2=X(E(2,:));
```

```
Ybc1=Y(E(1,:)); Ybc2=Y(E(2,:));
```

```
Xbcm=(Xbc1+Xbc2)/2;
```

```
Ybcm=(Ybc1+Ybc2)/2;
```

```
nx=Ybc2-Ybc1; %componente x vetor normal
```

```
ny= -(Xbc2-Xbc1); %componente y vetor normal
```

```
mod_n=(nx.^2+ny.^2).^0.5; %módulo vetor, ie, comprimento de cada segmento
```

```
n_x=nx./mod_n; %componente x vetor normal unitário
```

```
n_y=ny./mod_n; %componente y vetor normal unitário
```

```
n_x=-n_x;
```

```
n_y=-n_y;
```

```
%alinhamento do sistema de coordenada
```



```

X_bc1=(+((Xbc1-Xbcm(no_ref))).*n_y(no_ref)-((Ybc1-Ybcm(no_ref))).*n_x(no_ref));

X_bc2=(+((Xbc2-Xbcm(no_ref))).*n_y(no_ref)-((Ybc2-Ybcm(no_ref))).*n_x(no_ref));

Y_bc1=(+((Xbc1-Xbcm(no_ref))).*n_x(no_ref)+((Ybc1-Ybcm(no_ref))).*n_y(no_ref));

Y_bc2=(+((Xbc2-Xbcm(no_ref))).*n_x(no_ref)+((Ybc2-Ybcm(no_ref))).*n_y(no_ref));

X_bcm=(X_bc1+X_bc2)/2;
Y_bcm=(Y_bc1+Y_bc2)/2;

nsegmento= length(E);
rxm=Xbcm-Xbcm(no_ref); rym=Ybcm-Ybcm(no_ref); mod_rm= (rxm.^2+rym.^2).0.5;

r_xm=X_bcm-X_bcm(no_ref); r_ym=Y_bcm-Y_bcm(no_ref);
mod_r_m=(r_xm.^2+r_ym.^2).0.5;
rx1=Xbc1-Xbcm(no_ref); ry1=Ybc1-Ybcm(no_ref); mod_r1=(rx1.^2+ry1.^2).0.5;

r_x1=X_bc1-X_bcm(no_ref); r_y1=Y_bc1-Y_bcm(no_ref);
mod_r_1=(r_x1.^2+r_y1.^2).0.5;
rx2=Xbc2-Xbcm(no_ref); ry2=Ybc2-Ybcm(no_ref); mod_r2=(rx2.^2+ry2.^2).0.5;

r_x2=X_bc2-X_bcm(no_ref); r_y2=Y_bc2-Y_bcm(no_ref);
mod_r_2=(r_x2.^2+r_y2.^2).0.5;

teta12=acosd((rx1.*rx2+ry1.*ry2)./(mod_r1.*mod_r2)); %arc cosseno em de-
gre
teta_m=zeros(size(teta12));
teta_1=zeros(size(teta12));
teta_2=zeros(size(teta12));

for ii=1:nsegmento

if (r_xm(ii)>=0)&&(r_ym(ii)>=0),teta_m(ii)=acosd((r_xm(ii))./(mod_r_m(ii)));end

if (r_x1(ii)>=0)&&(r_y1(ii)>=0),teta_1(ii)=acosd((r_x1(ii))./(mod_r_1(ii)));end

if (r_x2(ii)>=0)&&(r_y2(ii)>=0),teta_2(ii)=acosd((r_x2(ii))./(mod_r_2(ii)));end

%I quadrante

```

```

if (r_xm(ii)<=0)&&(r_ym(ii)>=0),teta_m(ii)=acosd((r_ym(ii))./(mod_r_m(ii)))+90;end

if (r_x1(ii)<=0)&&(r_y1(ii)>=0),teta_1(ii)=acosd((r_y1(ii))./(mod_r_1(ii)))+90;end

if (r_x2(ii)<=0)&&(r_y2(ii)>=0),teta_2(ii)=acosd((r_y2(ii))./(mod_r_2(ii)))+90;end
    %II quadrante

if (r_xm(ii)<=0)&&(r_ym(ii)<=0),teta_m(ii)=acosd((-r_xm(ii))./(mod_r_m(ii)))+180;end

if (r_x1(ii)<=0)&&(r_y1(ii)<=0),teta_1(ii)=acosd((-r_x1(ii))./(mod_r_1(ii)))+180;end

if (r_x2(ii)<=0)&&(r_y2(ii)<=0),teta_2(ii)=acosd((-r_x2(ii))./(mod_r_2(ii)))+180;end
    %III quadrante

end

```

```

obs=[ ];
nobs=no_ref;
[ia,ja]=sort(mod_rm);
disponivel=1:nsegmento;
nc=1:nsegmento;

```

```
for u=2:nsegmento
```

```

    ind=ja(u);
    if Y_bcm(ind)>=0

        tetam_maxi=max([teta_1(ind) teta_2(ind)]);
        tetam_mini=min([teta_1(ind) teta_2(ind)]);
        i1=teta_m<tetam_maxi;
        i2=teta_m>tetam_mini;
        iii=setdiff(nc((i1)&(i2)),ind);
        iii=setdiff(iii,nobs);
        obs=union(iii,obs);
        nobs=union(ind,nobs);
        nobs=setdiff(union(ind,nobs),obs);
        disponivel=setdiff(disponivel,union(obs,nobs));
        if isempty(disponivel),break;end
    end

```

```
else
```

```

        obs=union(ind,obs);
        disponivel=setdiff(disponivel,obs);
    end

end

end

```

C.2 Função fator_forma_2D_obs

```

% Esta função faz o cálculo do fator de forma entre duas superfícies
% As entradas são:
% n_cont1 é o vetor que armazena os segmentos do contorno1
% n_cont2 é o vetor que armazena os segmentos do contorno2
% P é o vetor de coordenadas X e Y
% A saída é:
% O Fator de forma da superfície 1 para a superfície 2

function [FatorS] = fator_forma_2D_obs(n_cont1,n_cont2,P,E)

[n1x,n1y,Area1,Xo1,Yo1] = calculo_normal2D(P,n_cont1);% i
[n2x,n2y,Area2,Xo2,Yo2] = calculo_normal2D(P,n_cont2);% j

noE=E(1:2,:);

for i=1:length(n_cont1)
    noi(i)=find(noE(:,1)==n_cont1(i,1));
end

for i=1:length(n_cont2)
    noj(i)=find(noE(:,1)==n_cont2(i,1));
end

for i=1:length(noi) [obs] = contorno_radiacao(P,E,noi(i));
    n_obsi=obs;
end

nn=100000;
dz=0.01;

```

```

Area1=Area1*dz;
Area2=Area2*dz;
z=dz/2;
FatorS=0;
for k=1:nn

    Fator=zeros(length(Xo1),length(Xo2));
    for i=1:length(Xo1)

        vobs=ones(length(E),1);
        vobs(n_obsi)=0;
        vobsj=vobs(noj);
        for j=1:length(Xo2)
            rx=Xo2(j)-Xo1(i);
            ry=Yo2(j)-Yo1(i);
            rm=(rx^2+ry^2)^(0.5);
            cos_g1=(rx.*n1x(i)+ry.*n1y(i))/rm;
            cos_g2=(rx.*n2x(j)+ry.*n2y(j))/rm;
            Fator(i,j)=((rm.^2)*Area1(i).*Area2(j).*(cos_g1.*cos_g2)./
                ((rm.^2+z.^2).^2)).*vobsj(j);
        end
    end

    Fator(isnan(Fator))=0;
    FatorS=-(1/(sum(Area1)*pi)).*sum(sum(Fator))+FatorS;
    z=z+dz;
end

FatorS=FatorS*2;
end

```

C.3 Algoritmo que mostra os resultados para o fator de forma quando existem obstruções

Este é o algoritmo responsável por unir as funções contorno_radiação e fator_forma_2D_obs e calcular o resultado final do fator de forma entre superfícies considerando os efeitos de sombra.

```

clc,clear all, close all,format short e

[P,E,T,SAIDA,Contorno,Material]=read_mesh2D_ELE('cc0.15_m1.neu');
[P,E,T,SAIDA,Contorno,Material]=read_mesh2D_ELE('cc0.15_m2.neu');
[P,E,T,SAIDA,Contorno,Material]=read_mesh2D_ELE('cc0.15_m3.neu');
[P,E,T,SAIDA,Contorno,Material]=read_mesh2D_ELE('cc_malha1.neu');
[P,E,T,SAIDA,Contorno,Material]=read_mesh2D_ELE('cc_malha2.neu');
[P,E,T,SAIDA,Contorno,Material]=read_mesh2D_ELE('cc_malha3.neu');
[P,E,T,SAIDA,Contorno,Material]=read_mesh2D_ELE('furo025_0.1novo.neu');

[P,E,T,SAIDA,Contorno,Material]=read_mesh2D_ELE('furo025_0.04novo.neu');

[P,E,T,SAIDA,Contorno,Material]=read_mesh2D_ELE('furo025_0.02novo.neu');

X=P(1,:);
Y=P(2,:);

lado1=unique(Contorno(1).N_CC);
lado2=unique(Contorno(2).N_CC);
plot(X(lado1),Y(lado1),'o',X(lado2),Y(lado2),'s')

[n1x,n1y,Area1,Xo1,Yo1] = calculo_normal2D(P,Contorno(1).N_CC); %i
[n2x,n2y,Area2,Xo2,Yo2] = calculo_normal2D(P,Contorno(2).N_CC); %j

tic
[Fator_paralelas_num22] = fator_forma_2D_obs(Contorno(2).N_CC,Contorno(2).N_CC,P,E)
toc
r=raio_interno/1; %o valor de r depende do raio do cilindro interno, substituir de acordo
com a situação analisada

Fator_analitico22=1-r

tic
[Fator_paralelas_num21] = fator_forma_2D_obs(Contorno(2).N_CC,Contorno(1).N_CC,P,E)
toc
Fator_analitico21=r

```

C.4 Caso teste final

Nesta seção é apresentado o algoritmo utilizado para resolver o problema do estudo de caso final que corresponde a aplicação do método proposto no presente trabalho.

```
clc,clear all, close all,format short e

[P,E,T,SAIDA,Contorno,Material]=read__mesh2D__ELE('conjunto-haste-dk-1.5.neu');

[P,E,T,SAIDA,Contorno,Material]=read__mesh2D__ELE('conjunto-haste-dk-1.neu');

[P,E,T,SAIDA,Contorno,Material]=read__mesh2D__ELE('conjunto-haste-dk-05.neu');

[P,E,T,SAIDA,Contorno,Material]=read__mesh2D__ELE('hastes-1.5.neu');
[P,E,T,SAIDA,Contorno,Material]=read__mesh2D__ELE('hastes-1.neu');
[P,E,T,SAIDA,Contorno,Material]=read__mesh2D__ELE('hastes-05.neu');

P=P/72; %normalização para o caso das hastes com diâmetro variável
P=P/65; % normalização para o caso das hastes com diâmetro constante
figure(1),pdemesh(P,E,T),axis equal

X=P(1,:);
Y=P(2,:);

hold on
plot(X(Contorno(1).N_CC(:,1)),Y(Contorno(1).N_CC(:,1)),'ok')
plot(X(Contorno(4).N_CC(:,1)),Y(Contorno(4).N_CC(:,1)),'*c')
plot(X(Contorno(3).N_CC(:,1)),Y(Contorno(3).N_CC(:,1)),'*y')
plot(X(Contorno(2).N_CC(:,1)),Y(Contorno(2).N_CC(:,1)),'*r')
plot(X(Contorno(5).N_CC(:,1)),Y(Contorno(5).N_CC(:,1)),'*m')
plot(X(Contorno(6).N_CC(:,1)),Y(Contorno(6).N_CC(:,1)),'*g')

%Localização da legenda na figura de raio variável
text(0.1,0.3,'2')
text(0.3,0.3,'3')
text(0.45,0.3,'5')
text(0,0,'1')
text(0.45,0.1,'4')
text(0.45,0.45,'6')

%Localização da legenda na figura para raios constantes - haste dk
text(0.,0.2,'2')
text(0.2,0.2,'3')
text(0.4,0.2,'5')
text(0,0,'1')
```

```

n_cont1=Contorno(1).N_CC
n_cont2=Contorno(2).N_CC
noE=E(1:2,:);

for i=1:length(n_cont1)
noi(i)=find(noE(:,1)==n_cont1(i,1));
end

for i=1:length(n_cont2)
noj(i)=find(noE(:,1)==n_cont2(i,1));
end

tic
[Fator_paralelas_num12] =
fator_forma_2D_obs(Contorno(1).N_CC,Contorno(2).N_CC,P,E);
F12=Fator_paralelas_num12

[Fator_paralelas_num13] =
fator_forma_2D_obs(Contorno(1).N_CC,Contorno(3).N_CC,P,E);
F13=Fator_paralelas_num13

[Fator_paralelas_num15] =
fator_forma_2D_obs(Contorno(1).N_CC,Contorno(4).N_CC,P,E);
F15=Fator_paralelas_num15
toc

tic
[Fator_paralelas_num12] =
fator_forma_2D_obs(Contorno(1).N_CC,Contorno(2).N_CC,P,E);
F12=Fator_paralelas_num12*8

[Fator_paralelas_num13] =
fator_forma_2D_obs(Contorno(1).N_CC,Contorno(3).N_CC,P,E);
F13=Fator_paralelas_num13*4

[Fator_paralelas_num14] =
fator_forma_2D_obs(Contorno(1).N_CC,Contorno(4).N_CC,P,E);
F14=Fator_paralelas_num14*8

[Fator_paralelas_num15] =
fator_forma_2D_obs(Contorno(1).N_CC,Contorno(5).N_CC,P,E);

```

F15=Fator_paralelas_num15*8

[Fator_paralelas_num16] =
fator_forma_2D_obs(Contorno(1).N_CC,Contorno(6).N_CC,P,E);
F16=Fator_paralelas_num16*4

F12+F13+F14+F15+F16

toc